

ДОСЛІДЖЕННЯ ФАЗОВИХ ПОРТРЕТІВ ГЕНЕРАТОРІВ ДИНАМІЧНОГО ХАОСУ ТА ЇХ ВІЗУАЛІЗАЦІЯ В ПСЕВДО 3D-ПРОСТОРИ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглядаються деякі приклади складних атракторів неавтономних та автономних генераторів динамічного хаосу на основі рівняння Ван дер Поля та підхід який дозволяє спростити розуміння заплутаної форми атрактора у фазовому просторі, шляхом обертання його проекції у псевдо 3Д. Для кращого розуміння наведено декілька повернутих атракторів з системи Спротта. Описано варіанти схем та запропоновано структурну схему приладу для обертання проекцій складних атракторів у фазовій площині.

Ключові слова: динамічний хаос, атрактор, генератор, фазова площина, пристрій, сигнал, моделювання.

Вступ

У більшості робіт які розглядають генератор динамічного хаосу ключовим є елемент з нелінійною вольт-амперною характеристикою (ВАХ). Однією з найпростіших схем в якій використовувався неоновий індикатор є генератор пилкоподібної хвилі. У 1927 році виходить робота під назвою «демультиплікація частоти» (явище при якому частота основного генератора становиться кратна частоті зовнішнього генератора під його впливом, у приведеному випадку вона зменшувалася). Ван дер Поля та ван дер Марк, спостерігали шум перед переходом на нову, нижчу частоту, але цьому не придали значення. У 1986 році Леон Чуа і Майкл Кеннеді, вже після представлення «схеми Чуа», повернулися до роботи Ван дер Поля і представили докази того що цей шум був явищем динамічного хаосу [1]. Таким чином ключовим елементом для такої поведінки був не тільки нелінійний елемент а й зовнішнє джерело. Варіація схеми і зовнішнього джерела може призводити до різноманітної поведінки системи, дослідження яких представляють великий інтерес для систем прихованої передачі інформації [1]. Одним з засобів фіксації переходу до хаотичної поведінки є відображення атрактора за допомогою осцилографу, але траєкторія системи може бути дуже заплутаною і давати лише приблизне уявлення про форму атрактора при проведенні експерименту, обертання його проекції у псевдо 3Д дає змогу вирішити цю проблему [2].

Результати дослідження

Аналіз робіт проведений у [1] дозволяє привести деякі випадки складних атракторів отриманих з схем заснованих на рівнянні Ван дер Поля. На рисунку 1 (а-в), наведено траєкторію системи яка генерується модифікованою автономною схемою Ван-дер-Поля-Даффінга (ADVР) на основі мемристора. Його поведінка описується системою чотирьох зв'язаних диференціальних рівнянь першого порядку [3]. Обертання можна провести за допомогою аналоговий приставки до осцилографу, можливі три варіанти реалізації схеми такого приладу, заснованого на матриці обертання. У першому використовується ряд $\sin/\cos$ потенціометрів та операційних підсилювачів, при цьому використовується найменша кількість деталей, але виникає проблема маленької смуги пропускання через РС властивості потенціометрів і обмеженого кута обертання. Другий варіант дозволяє розширити смугу пропускання за допомогою аналогових помножувачів (АП) та постійних запам'ятовуючих пристроїв, але потребує по 4 АП для реалізації тільки однієї матриці обертання, що сильно здорожує вартість такого приладу.

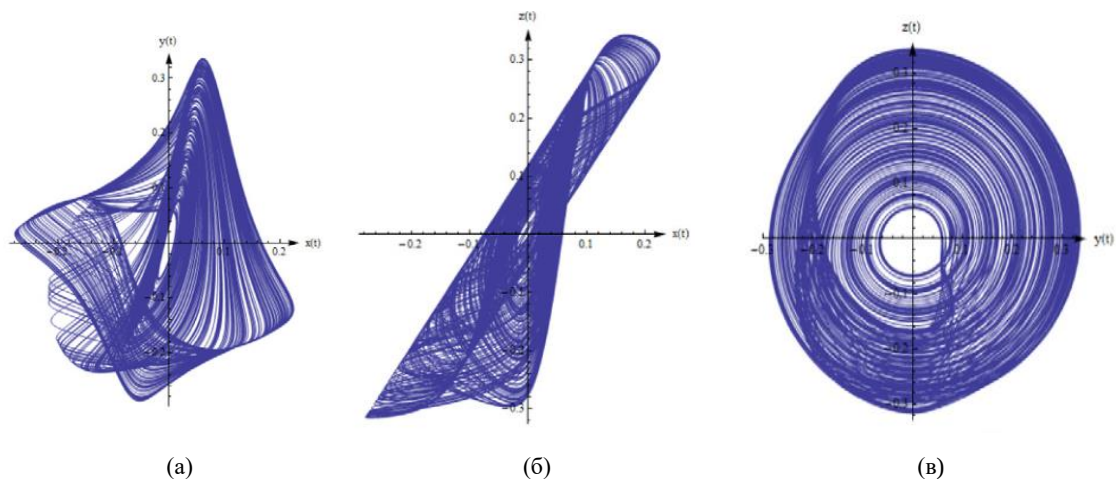


Рисунок 1 – Атрактор отриманий з модифікованого рівняння Ван дер Поля відображення на площини: XY (а), XZ (б), YZ (в) [3]

Останній варіант є компромісом між вартістю і смугою пропускання. Він використовує цифрові потенціометри, які можуть мати смугу пропускання від 1 до 10 МГц в залежності від максимального опору. Структурна схема такого пристрою наведена на рисунку 2. Використання шини I2C дозволяє зручно керувати великою кількістю мікросхем за допомогою мікроконтролера і виводити значення кута обертання на індикатори, автоматично керувати блоком розширення кута повороту і цифровими потенціометрами в залежності від введенного кута, наприклад, за допомогою енкодера або клавіатури. При цьому можна послідовно додавати необхідну (в залежності від числа вимірів 2-5Д) кількість матриць обертання. Пунктирна лінія лише умовно вказує на повторення усіх операцій, бо наступний поворот виконується не на першій а вже на іншій лінійці цифрових потенціометрів і інших необхідних компонентів. В якості наочної демонстрації наведеного підходу можна розглянути атрактор з системи Спротта, випадок Q [4], обертання виконано відносно осі Z на 0, 90 та 270 градусів (рисунок 3, а-в), проекція на площину X-Y.

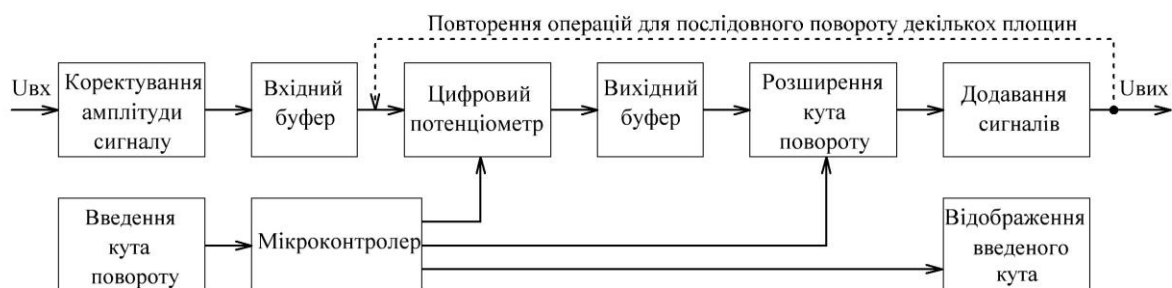


Рисунок 2 – Структурна схема пристрою для візуалізації складних атракторів у псевдо 3Д

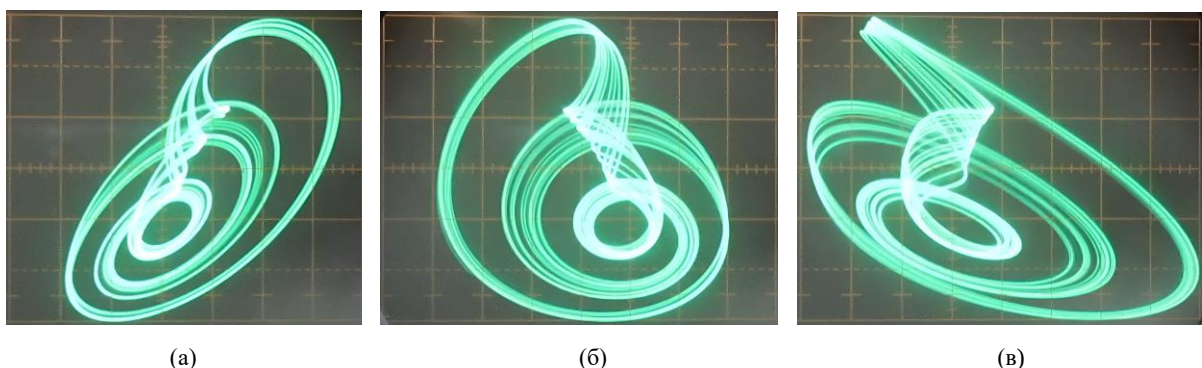


Рисунок 3 – Атрактор отриманий з системи Спротта і обертений, на 0 (а), на 90 (б), на 270 градусів (в) [4]

Висновки

Шляхом зміни джерела збудження неавтономних генераторів динамічного хаосу можна досягти різноманітних станів системи, що впливає на форму атрактору у фазовому просторі. Розглянутий підхід дозволяє відображати розвиток динаміки системи автономних і неавтономних генераторів динамічного хаосу, які побудовані на основі рівняння Ван дер Поля або його модифікаціях, у псевдо 3Д. Крім покращення просторового розуміння атрактору обертання можна використати щоб «розрізати» у необхідній площині сплутаний атрактор за допомогою перетину Пуанкаре. Можливе дослідження системи більш високого порядку, аніж три, дозволить розглядати взаємодію не окремої пари сигналів системи а усіх у чотирьох або п'яти вимірному просторі, шляхом спостереження за 3 вимірними зрізами. Слід зазначити що таким чином може бути досліджено будь-який генератор динамічного хаосу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Semenov A. O., Khloba A. A. Review of circuit solutions leading to deterministic chaos in oscillators based on the van der pol equation. Scientific notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. Series: Technical Sciences. 2025. Vol. 1, no. 2. P. 149–157. DOI: <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2025.2.1/22>
2. Семенов А. О., Хльоба А. А. Пристрої керування відображеннями проєкцій у фазовому просторі дивних атракторів генераторів динамічного хаосу. Systems and Technologies. 2025. Т. 69, № 1. С. 269–277. DOI: <https://doi.org/10.32782/2521-6643-2025-1-69.32>
3. Dynamical behavior, chaos control and synchronization of a memristor-based ADVP circuit / A. M. A. El-Sayed et al. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2013. Vol. 18, no. 1. P. 148–170. URL: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2012.06.011>
4. Sprott Systems Circuits. Glen's Stuff. URL: <https://glensstuff.com/sprotsystems/sprotsystems.htm> (дата звернення: 03.11.2025).

Хльоба Антон Анатолійович — аспірант, група 172-24а, кафедра інформаційних радіоелектронних технологій і систем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: hlobaanton@gmail.com

Науковий керівник: **Семенов Андрій Олександрович** — д-р техн. наук, професор, професор кафедри інформаційних радіоелектронних технологій і систем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: semenov.a.o@vntu.edu.ua

RESEARCH OF PHASE PORTRAITS OF DYNAMIC CHAOS GENERATORS AND THEIR VISUALIZATION IN PSEUDO 3D SPACE

Abstract

The paper considers some examples of complex attractors of non-autonomous and autonomous generators of dynamic chaos based on the Van der Pol equation and an approach that simplifies the understanding of the complex shape of the attractor in phase space by rotating its projection in pseudo 3D. For a better understanding, several rotated attractors from the Sprott system are presented. Variants of schemes are described and a structural diagram of a device for rotating projections of complex attractors in the phase plane is proposed.

Keywords: dynamic chaos, attractor, generator, phase plane, device, signal, simulation.

Khloba Anton Anatolyevich — postgraduate student, Department of Information Radioelectronic Technologies and Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: hlobaanton@gmail.com

Supervisor: **Semenov Andriy Oleksandrovych** — Dr. Sc. (Eng.), Full Professor, Professor of the Department of Information Radioelectronic Technologies and Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: semenov.a.o@vntu.edu.ua