

МАТРИЧНІ МЕТОДИ ПОЛЯРИЗАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ ОПТИЧНО АКТИВНИХ ЗРАЗКІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація. Проаналізовано застосування матриць Джонса та Мюллера для дослідження оптичних характеристик зразків. Показано, що використання матриць Джонса та Мюллера дозволяє отримати повну інформацію про поляризаційні властивості матеріалів та їх зміни під впливом зовнішніх факторів.

Ключові слова: поляризаційний аналіз, матриці Джонса, матриці Мюллера, анізотропні структури, відеополяриметрія

Вступ

Дослідження поляризаційних властивостей світла є одним з важливих напрямів сучасної оптичної інженерії, зокрема в галузях біомедичної діагностики та матеріалознавства. Зміна стану поляризації світла при взаємодії з оптично активними зразками або матеріалами може бути описана за допомогою математичних формалізмів. Найбільш поширеними є метод Джонса, який базується на описі когерентного поляризованого випромінювання комплексними векторами і матрицями, та метод Мюллера, який використовують для некогерентного або частково поляризованого світла і який спирається на вектори Стокса та матриці Мюллера [1–4]. У системах лазерної відеополяриметрії, що застосовуються у медичній оптиці, зокрема для аналізу біотканин, обидва методи мають широке практичне застосування, проте відрізняються за своїми фізичними передумовами, математичним апаратом та експериментальними вимогами.

Метод Джонса

Розглянемо взаємодію поляризованого пучка випромінювання з елементами оптичної системи. Для спрощення аналізу приймаються припущення: пучок апроксимується однорідною, нескінченною, повністю поляризованою плоскою хвилею; оптична система не містить елементів, що деполаризують світло; у середовищі відсутні нелінійні ефекти [1].

У цьому випадку електричне поле монохроматичної хвилі можна подати у вигляді вектора Джонса:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x & e^{i\delta_x} \\ A_y & e^{i\delta_y} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де A_x , A_y — амплітуди компонент електричного поля, а δ_x , δ_y — відповідні фази.

Якщо така хвиля проходить через послідовність оптичних елементів (поляризатор, фазова пластинка, зразок) то її стан поляризації змінюється. Цю зміну описує матриця Джонса, що має вигляд:

$$\mathbf{M}_J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

де елементи J_{ij} є комплексними величинами, які визначають амплітудно-фазові перетворення світла при його проходженні через систему. Зв'язок між вхідним і вихідним векторами поля має вигляд:

$$\mathbf{E}_{\text{вих}} = \mathbf{M}_J \mathbf{E}_{\text{вх}}. \quad (3)$$

Для прикладу, ідеальний лінійний поляризатор, орієнтований уздовж осі x , має матрицю:

$$\mathbf{M}_J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Цей метод дозволяє проводити розрахунок фазових зсувів, еліптичності поляризації, кутів орієнтації осей анізотропії в біологічних структурах (наприклад, у колагенових волокнах або м'язових тканинах). У лазерній відеополяриметрії матриця Джонса застосовується для реконструкції фазово-амплітудних карт, що відображають локальні оптичні властивості зразка. Зазвичай така система включає лазерне джерело з довжиною хвилі 0,63–0,67 мкм, модуль формування поляризації (поляризатор–аналізатор–чвертьхвильова пластинка), об'єкт дослідження, та цифрову відеокамеру з матрицею CCD або CMOS [1, 2]. Отримані кадри обробляються програмно, шляхом розрахунку елементів матриці Джонса у кожному пікселі. Однак формалізм Джонса має важливі обмеження. Він може бути застосований лише до повністю поляризованого когерентного світла. У разі, коли випромінювання частково поляризоване або середовище має деполаризаційні властивості, метод Джонса стає непридатним. Для таких випадків використовується метод Мюллера, який є узагальненням попереднього підходу.

Метод Мюллера

Метод Мюллера описує зміну стану частково поляризованого або некогерентного світла. Замість комплексного вектора Джонса використовується вектор Стокса:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де I — повна інтенсивність випромінювання; Q характеризує різницю між горизонтальною та вертикальною поляризацією; U — між поляризацією під кутами $\pm 45^\circ$, а V — між правою та лівою круговою поляризацією [2, 3].

Для повністю горизонтальної поляризації маємо:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Зміна стану поляризації у методі Мюллера описується дійсною 4×4 матрицею Мюллера:

$$\mathbf{M}_M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

яка зв'язує вектори Стокса вхідного та вихідного пучків:

$$\mathbf{S}_{\text{вих}} = \mathbf{M}_M \mathbf{S}_{\text{вх}}. \quad (6)$$

Для ідеального лінійного поляризатора вона має вигляд:

$$M_M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Метод Мюллера дозволяє досліджувати не лише фазові, а й деполаризаційні властивості середовища, що є особливо важливим при аналізі біологічних об'єктів. На відміну від методу Джонса, елементи матриці Мюллера є дійсними числами і пов'язані не з амплітудою, а з інтенсивністю світла. У відеополяриметричних системах реалізація методу Мюллера включає оптичний модуль генерації різних станів поляризації, систему аналізаторів, цифрову відеокамеру та блок чисельної реконструкції 16 елементів матриці [1, 4]. Отримані дані дозволяють створювати поляризаційні карти деполаризації, дихроїзму та оптичної активності, що дає змогу ідентифікувати патологічні зміни у тканинах.

Порівняльна характеристика матричних методів аналізу поляризації

Порівняння матричних методів опису поляризаційних властивостей зразків Джонса та Мюллера наведено у таблиці 1.

Таблиця 1. Порівняння матричних методів Джонса та Мюллера

Метод Джонса	Метод Мюллера
Придатний для аналізу об'єктів, при взаємодії світла з якими воно залишається повністю поляризованим	Придатний для опису об'єктів із частковою деполаризацією
Матриця Джонса враховує абсолютну фазу випромінювання	Окремі елементи матриці Мюллера 4×4 є взаємозалежними (лише сім елементів для однорідних недеполаризувальних об'єктів є незалежними)
Будь-яка комплексна матриця 2×2 може бути матрицею Джонса об'єкта із фізично допустимими властивостями	Не кожна 4×4 матриця описує об'єкт із фізично допустимими параметрами, тобто є матрицею Мюллера
Будь-яка матриця Джонса може бути перерахованою в матрицю Мюллера	Довільна матриця Мюллера перераховується у матрицю Джонса лише для однорідних об'єктів

Таким чином, метод Мюллера є найбільш універсальним, хоча повна матриця Мюллера може містити надлишкову інформацію, яка не використовується при аналізі поляризаційних властивостей зразків. Для застосування більш зручних методів, заснованих на аналізі неповних матриць Мюллера об'єкта, важливим є попередній аналіз структури зразка із визначенням кількості незалежних елементів.

Розрахунки за методами Джонса та Мюллера мають спільну основу — використання матричної алгебри для опису дії оптичних елементів. Проте метод Джонса походить із електромагнітної теорії світла і зберігає інформацію про фазу, тоді як метод Мюллера має феноменологічний характер і описує лише характеристики інтенсивності. Метод Джонса зручний для аналітичного аналізу систем, що складаються з послідовності когерентних елементів (поляризаторів, ретардерів, фазових пластинок), і дозволяє точно визначати фазові зсуви. Метод Мюллера, натомість, охоплює більш широкий клас задач — він враховує деполаризаційні ефекти, зумовлені розсіюванням та неоднорідністю середовищ.

Застосування методу Мюллера для відеополяриметрії

Для аналізу поляризаційних властивостей неоднорідних анізотропних зразків пропонується така модель. Кожну локальну ділянку оптично тонкого зразка зіставляємо з елементарною матрицею Мюллера M_{mn} , що вимірюється відповідною коміркою фотодетектора, а поляризаційні характеристики зразка у площині характеризуємо растровою матрицею Мюллера (РММ), кількість елементів якої відповідає роздільній здатності фотодетектора ($M \times N$)

$$[M^3] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1N} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{M1} & M_{M2} & \dots & M_{MN} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Параметри вектора Стокса вхідного випромінювання у випадку колімованого лазерного випромінювання із плоским хвильовим фронтом на вході системи можна вважати однаковими для всіх елементів в межах світлової апертури матричного фотоприймача випромінювання.

Таким чином, вихідний вектор Стокса оптичного поля зразка

$$[S_{\text{вих}}^3] = \begin{bmatrix} S_{\text{вих}11} & S_{\text{вих}12} & \dots & S_{\text{вих}1N} \\ S_{\text{вих}21} & S_{\text{вих}22} & \dots & S_{\text{вих}2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{\text{вих}M1} & S_{\text{вих}M2} & \dots & S_{\text{вих}MN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1N} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{M1} & M_{M2} & \dots & M_{MN} \end{bmatrix} \cdot [S_{\text{вх}}], \quad (8)$$

де $m = 1 - M$, $n = 1 - N$ – порядкові номери комірки матриці фотодетектора.

У лазерній відеополяриметрії метод Мюллера забезпечує комплексний аналіз: за отриманими матрицями будують поляризаційні карти відповідних параметрів (ступеня поляризації, азимутів, еліптичностей, анізотропії), а також просторові розподіли коефіцієнтів деполіризації зразка. Метод Джонса, хоча й обмежений у застосуванні, дозволяє з високою точністю оцінювати фазові характеристики та орієнтації, зокрема волоконних структур у біологічних тканинах [3].

Висновки

Методи Джонса і Мюллера є фундаментальними інструментами сучасної поляриметрії. Метод Джонса доцільно застосовувати для когерентного, повністю поляризованого світла у задачах фазового аналізу — наприклад, при вивченні анізотропних кристалічних шарів або оптично прозорих біозразків. Метод Мюллера є більш універсальним та інформативним при роботі з неоднорідними анізотропними зразками (наприклад, біологічними тканинами), де відбувається розсіювання і часткова деполіризація випромінювання. У сучасних системах лазерної відеополяриметрії обидва методи можуть застосовуватись комплексно: підхід Джонса – для локального фазового аналізу, а Мюллера – для статистичного картографування поляризаційних властивостей зразка. Поєднання цих методів дає змогу створювати високоточні системи неруйнівного контролю та неінвазивної діагностики, здатні відтворювати детальну структуру зразків, зокрема біотканин у реальному часу [1, 4].

Запропонований підхід відеополяриметрії може бути впровадженим в практику матеріалознавчих досліджень оптичних матеріалів та аналізу біологічних зразків.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Модуляційна поляриметрія [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня доктора філософії за освітньо-науковою програмою «Фізика» спеціальності 104 «Фізика та

астрономія» / І. В. Лінчевський, Л. П. Пономаренко, М. В. Чурсанова; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електрон. текст. дані. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 116 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/55605>

2. Ушенко О. Г., Олар О. В., Мотрич А. В., та ін. Мюллер-матрична поляриметрія оптично-анізотропних біологічних тканин : монографія / О. Г. Ушенко [та ін.]. Чернівці : БДМУ, 2021. 268 с.

3. Системи лазерної відеополяриметрії для автоматизованого контролю параметрів неоднорідних біотканин : монографія / С. Є. Тужанський, Г. Л. Лисенко. Вінниця : ВНТУ, 2011. 156 с.

4. Заболотна Н. І., Шолота В. В., Колівошко А. І. Аналіз методів та систем лазерної поляриметрії для відтворення анізотропних параметрів біологічних шарів // Біомедичні оптико-електронні системи та прилади. 2018. Т. 36, № 2. С. 60–71.

Пруданен Владислав Євгенович - студент групи ЛТО-24м кафедри біомедичної інженерії та оптико-електронних систем, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Тужанський Станіслав Євгенович - к.т.н, доцент кафедри біомедичної інженерії та оптико-електронних систем, Вінницький національний технічний університет, slavat@vntu.edu.ua.

Abstract. The application of Jones and Mueller matrices for studying the optical characteristics of samples has been analyzed. It is shown that the use of Jones and Mueller matrices makes it possible to obtain complete information about the polarization properties of materials and their changes under the influence of external factors.

Keywords: polarization analysis, Jones matrices, Mueller matrices, anisotropic structures, videopolarimetry.

Poudanen Vladyslav Yevhenovych -- Student of the group LTO-24m, Department of Biomedical Engineering and Optoelectronic Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Tuzhanskyi Stanislav Yevhenovych - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Biomedical Engineering and Optoelectronic Systems, Vinnytsia National Technical University slavat@vntu.edu.ua.