

ЧИСЕЛЬНА МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ТРИШАРОВІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З РЕБРИСТИМ НАПОВНЮВАЧЕМ НА ОСНОВІ ГІПОТЕЗИ ЛАМАНОЇ ЛІНІЇ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Анотація

Дано постановку і розроблено методику чисельного розв'язання нестационарних динамічних задач для тришарової циліндричної оболонки еліптичного поперечного перерізу з дискретним ребристим наповнювачем. Запропонована методика базується на використанні гіпотези ламаної лінії, співвідношень теорії Тимошенка, варіаційно-різницьового методу та явної скінченно-різницьової апроксимації за часом. Отримано конкретні числові результати для оболонок даного класу за дії імпульсного навантаження.

Ключові слова: тришарова циліндрична оболонка, еліптичний поперечний переріз, ребристий наповнювач, гіпотеза ламаної лінії, динамічне навантаження, чисельна методика.

На теперішній час для розрахунку шаруватих анізотропних структур застосовують два підходи. В першому підході використовуються теорії, при розробці яких кінематичні гіпотези застосовуються до кожного шару окремо. При побудові теорій другого підходу розв'язувальні рівняння отримуються із залученням гіпотез до всього пакету шарів в цілому. Згідно термінології, запропонованій автором статті [1], теоріям першого підходу дано назву дискретно-структурних, а другого – неперервно-структурних.

В даній роботі на основі дискретно-структурного підходу розроблена чисельна методика розрахунку тришарових циліндричних оболонок еліптичного поперечного перерізу з дискретним ребристим наповнювачем за дії нестационарних динамічних навантажень. Неоднорідна тришарова пружна структура складається з внутрішньої та зовнішньої обшивок, які жорстко з'єднані між собою системою поздовжніх і поперечних ребер. Величини для внутрішньої і зовнішньої обшивок позначаються індексами (1) і (2) зверху, а для поздовжніх і поперечних ребер наповнювача – (i) та (j) знизу. Віднесемо оболонку до криволінійної ортогональної системи координат (α_1, α_2, z) , спряженої з лініями головних кривин.

За незалежні змінні приймемо переміщення серединних поверхонь внутрішньої і зовнішньої обшивок та кути повороту їх нормалей $u_1^{(1)}, u_2^{(1)}, u_3^{(1)}, \varphi_1^{(1)}, \varphi_2^{(1)}, u_1^{(2)}, u_2^{(2)}, u_3^{(2)}, \varphi_1^{(2)}, \varphi_2^{(2)}$.

Враховуючи кінематичні умови контакту обшивок і ребер наповнювача, виразимо узагальнені переміщення i-го поздовжнього ребра $u_{1i}(\alpha_1), u_{2i}(\alpha_1), u_{3i}(\alpha_1), \varphi_{1i}(\alpha_1), \varphi_{2i}(\alpha_1)$ через незалежні змінні:

$$\begin{aligned} u_{1i}(\alpha_1) &= \frac{1}{2} [u_1^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) + u_1^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i})] + \frac{1}{4} [h^{(1)} \varphi_1^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) - h^{(2)} \varphi_1^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i})]; \\ u_{2i}(\alpha_1) &= \frac{1}{2} [u_2^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) + u_2^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i})] + \frac{1}{4} [h^{(1)} \varphi_2^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) - h^{(2)} \varphi_2^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i})]; \\ \varphi_{1i}(\alpha_1) &= \frac{1}{h_i} [u_1^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) - u_1^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i})] + \frac{1}{2h_i} [h^{(1)} \varphi_1^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) + h^{(2)} \varphi_1^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i})]; \\ \varphi_{2i}(\alpha_1) &= \frac{1}{h_i} [u_2^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) - u_2^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i})] + \frac{1}{2h_i} [h^{(1)} \varphi_2^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) + h^{(2)} \varphi_2^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i})]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$u_{3i}(\alpha_1) = u_3^{(1)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) = u_3^{(2)}(\alpha_1, \alpha_{2i}) \quad (i = 1, 2, \dots, I).$$

Аналогічно записуються вирази для узагальнених переміщень j -го поперечного ребра.

Деформування обшивок і елементів наповнювача будемо описувати співвідношеннями теорії, яка враховує деформації поперечного зсуву (модель Тимошенка) [2, 3].

Система розв'язувальних рівнянь отримана з варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського [2]:

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(\Pi - K) - \delta A] dt, \quad (2)$$

де Π, K – потенціальна і кінетична енергії обшивок і ребристого наповнювача; A – робота зовнішніх сил.

При розв'язанні конкретних динамічних задач дана система доповнюється відповідними крайовими і початковими умовами.

Запропонована чисельна методика розв'язання рівнянь коливань тришарової циліндричної оболонки еліптичного поперечного перерізу з дискретним ребристим наповнювачем за дії нестационарного навантаження базується на застосуванні варіаційного векторно-різницевого методу при побудові різницевої співвідношень за просторовими координатами та явній скінченно-різницевої апроксимації за часовою координатою [2, 3].

З використанням розробленої методики і складених програм досліджено вплив геометричних і механічних параметрів обшивок та жорсткостей ребристого наповнювача на хвильові процеси в оболонках даного класу за дії імпульсного поверхневого навантаження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Piskunov V.G. An iterative analytical theory in the mechanics of layered composite systems // Mech. Compos. Mater. – 2003. – 39, N 1. – P. 1–16.
2. Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках / Под ред. акад. НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд.-полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
3. Максимюк В.А., Сторожук Е.А., Чернышенко И.С. Вариационно-разностные методы в линейных и нелинейных задачах деформирования оболочек из металлических и композитных материалов (обзор) // Прикл. механика. – 2012. – 48, №6. – С. 3–80.

Лисенко Анна Володимирівна, молодший науковий співробітник, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, aniutapavliuk@gmail.com.

Сторожук Євген Анатолійович, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, заступник завідувача відділу, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, stevan@ukr.net.

NUMERICAL METHOD OF STUDYING DYNAMIC PROCESSES IN A THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELL OF ELLIPTICAL SECTION WITH RIBBED FILLER BASED ON THE HYPOTHESIS OF A BROKEN LINE

Abstract

A formulation is given and a method for numerically solving unsteady dynamic problems for a three-layer cylindrical shell of elliptical cross-section with a discrete ribbed filler is developed. The proposed method is based on the use of the broken line hypothesis, the relations of the Timoshenko theory, the variational-difference method, and the explicit finite-difference approximation in time. Specific numerical results are obtained for shells of this class under the action of an impulse load.

Key words: *three-layer cylindrical shell, elliptical cross-section, ribbed filler, broken line hypothesis, dynamic load, numerical method.*

Anna Lysenko, Junior Researcher, S.P. Tymoshenko Institute of Mechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, aniutapavliuk@gmail.com.

Evgen Storozhuk, Corresponding Member of NAS of Ukraine, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Deputy Head of the Department, S.P. Tymoshenko Institute of Mechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, stevan@ukr.net.