

Є. В. Харченко
А. Р. Біловус

ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ БАШТОВОЇ БУРОВОЇ ВЕЖІ ЗІ ЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ ПО ДОВЖИНІ

Національний університет «Львівська політехніка»

Анотація. Розглядаються вільні і вимушені поперечні коливання баштової вежі бурової установки. Розрахункова модель подана як балка Тимошенка зі змінними згинною жорсткістю, погонною масою і поздовжньою силою по довжині. Прийнято, що вежа встановлена на жорсткій платформі, обіпертій на пружну основу. Додатково вежа зв'язана із основою за допомогою пружних відтяжок. Прикріплені до вежі кронблок і площадки для обслуговування бурової установки розглядаються як тверді тіла. Для випадку гармонічних коливань балки Тимошенка зі змінними параметрами по довжині одержано диференціальні рівняння амплітудних функцій, які зведено до інтегральних рівнянь Вольтерра. Розрахунок коливань багатопрогонової конструкції виконується із застосуванням матричного методу початкових параметрів.

Наводиться аналіз результатів розрахунків поперечних коливань вежі. Ілюструється, зокрема, вплив параметрів механічної системи споруди на характеристики власного частотного спектру.

Ключові слова: бурова вежа, багатопрогонова балка Тимошенка, змінні пружно-інерційні характеристики по довжині, диференціальні і інтегральні рівняння руху, вільні і вимушені коливання.

Сучасні бурові установки – це складні комплекси обладнання і споруд, які істотно розрізняються як за конструктивним виконанням, так і за технічними характеристиками. За функціональним призначенням можна виділити такі основні системи бурових установок: підіймальна, яка використовується для опускання у свердловину та піднімання колони труб; обертальна (система ротора), що приводить в обертальний рух виконавчий орган в процесі поглиблення свердловини; циркуляційна, за допомогою якої здійснюється промивання свердловини від розбуреної породи шляхом примусової циркуляції розчину. Для встановлення талевого механізму, пристроїв для механізації спуско-підіймальних операцій і розміщення бурових свічок застосовують бурові вежі або щогли.

Баштові бурові вежі мають порівняно велику жорсткість і високу міцність. Ці конструкції зазвичай виконують у вигляді чотиригранної піраміди, ребра якої виготовляють із труб або профільного прокату і з'єднують між собою у площинах граней стрижневими елементами. Споруди щоглового типу відрізняються низькою металоємністю, доброю транспортабельністю та відносною легкістю монтажу. Вони складаються з двох складених стрижнів, виконаних у вигляді просторових ферм, які пов'язані між собою у кількох місцях поперечними балками. А-подібні щогли встановлюють на опорні шарніри і додатково закріплюють у вертикальному положенні за допомогою підкосів. Для буріння свердловин на глибину до 3000 м переважно застосовують щогли А-подібної конструкції; якщо глибина буріння становить 3000 – 5000 м, – як щогли так і вежі; для буріння на глибину понад 5000 м – баштові бурові вежі.

Під час проведення динамічного розрахунку ноги бурових щогл і металоконструкції веж доцільно розглядати як суцільні бруси (складені стрижні). Поперечні коливання складених стрижнів з достатньою для практики точністю можна описати рівняннями з частинними похідними, що враховують, відповідно до теорії балок Тимошенка, деформації згину і зсуву та інерцію поступального і обертального руху елементарних відрізків складеного стрижня.

В інженерній практиці для дослідження коливань складених довгомірних конструкцій широко застосовують згадану теорію. На її основі у статті [1] розроблено модель поперечної асиметричної консольної балки з урахуванням її зсувних деформацій та спеціальних граничних умов. Аналітично-чисельний розв'язок задачі у вигляді амплітудної функції та кругової частоти коливань консольної балки отримано із застосуванням методу матриць переносу та ітераційного методу Ньютона-Рафсона. Точність та ефективність методу перевірено шляхом

порівняння теоретичних результатів з експериментальними даними та відомими аналітично-чисельними розв'язками.

У дослідженні [2] пропонується комплексна модель механічної системи, утвореної балкою Тимошенка і основою Власова з довільними граничними умовами, що забезпечуються введенням стримувальних пружин у поступальному та обертальному напрямках. Надійність теоретичних результатів підтверджується експериментальними даними, а також порівнянням аналітичних рішень замкнутої форми з результатами чисельного моделювання. Модель Власова-Тимошенка є достатньо універсальною, оскільки її можна дегенерувати в модель Власова-Ейлера-Бернуллі, модель Вінклера-Тимошенка та модель Вінклера-Ейлера-Бернуллі.

У праці [3] із застосуванням варіаційного принципу і методу матриць переходу, отримано аналітично-чисельні розв'язки для переміщень і внутрішніх зусиль балки Тимошенка змінного поперечного перерізу, встановленої на пружній основі Пастернака. Знайдений розв'язок порівнюється з результатами скінченно-різницевого аналізу, що підтверджує точність і достовірність запропонованої теорії. Результати теоретичних розрахунків, добре узгоджуються з результатами моніторингу споруджуваного технічного об'єкту. Побудована модель вироджується у модель Вінклера-Тимошенка, коли жорсткість зсувного шару фундаменту прямує до нуля.

Особливість розрахунку баштової бурової вежі на поперечні коливання полягає у тому, що вона має змінні по довжині згинну жорсткість, розподілену масу та поздовжню силу. Крім того, необхідно враховувати додаткові кріплення споруди до землі за допомогою відтяжок, а також наявність зв'язаних з вежею конструкцій у вигляді яскраво виражених твердих тіл, наприклад, площадок для обслуговування бурової установки, кронблока тощо. Все це значно ускладнює дослідження динамічних явищ, що виникають під час експлуатації бурових веж.

Аналіз вільних і усталених вимушених коливань багатопрогонових висотних конструкцій бурових установок можна здійснювати із застосуванням методу початкових параметрів. У цьому випадку найскладнішим завданням є побудова матриці переходу для прогону довгомірної конструкції зі змінними параметрами по довжині, що пов'язано з інтегруванням диференціального рівняння амплітудних функцій зі змінними коефіцієнтами. Розв'язанню зазначеного рівняння, формуванню перехідної матриці та застосуванню отриманих результатів для визначення частот і форм вільних коливань та амплітуд вимушених гармонічних коливань баштової бурової вежі присвячена дана праця. Запропонований спосіб математичного моделювання довгомірних металоконструкцій може бути використаний і в дослідженнях динаміки бурових щогл.

Нехай бурова вежа складається з $n-1$ прогону, довжини яких дорівнюють $l_1, l_2, \dots, l_{n-1}$ відповідно. На межах прогонів передбачається наявність жорстких елементів масами $m_1, m_2, \dots, m_n$ і центральними моментами інерції $J_1, J_2, \dots, J_n$, а також пружних опор, коефіцієнти жорсткості яких у горизонтальному та обертальному напрямках $c_{w1}, c_{w2}, \dots, c_{wn}$; $c_{\varphi 1}, c_{\varphi 2}, \dots, c_{\varphi n}$, а коефіцієнти в'язкого тертя – $v_{w1}, v_{w2}, \dots, v_{wn}$; $v_{\varphi 1}, v_{\varphi 2}, \dots, v_{\varphi n}$. За відсутності того чи іншого пружного елемента опори значення його пружно-дисипативних параметрів слід прийняти рівними нулю.

Рівняння коливань споруди впливають з умов динамічної рівноваги елементарного відрізка висотної конструкції, що розглядається як балка Тимошенка. Виведення таких рівнянь для стрижнів постійного поперечного перерізу з урахуванням дії осьових сил наведено у працях [4, 5]. Детальніший аналіз зусиль, що діють на нескінченно малий елемент, міститься у статті [6]. Відповідно до зазначеної методики складаємо рівняння поперечних коливань споруди, беручи до уваги, що момент інерції поперечного перерізу вежі, її розподілена маса та осьова сила є неперервними функціями поздовжньої координати,

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(EI_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i} \right) + \kappa_i G A_i \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i} - \varphi_i \right) - I_i \rho_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} = 0;$$

$$\rho_i A_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} - \kappa_i G A_i \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i} \right) + N_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n-1),$$

де E і G – модулі пружності першого та другого роду; I_i та A_i – осьовий момент інерції та площа поперечного перерізу прогону стрижня; ρ_i – усереднена густина матеріалу; κ_i – коефіцієнт, що

характеризує вплив деформації зсуву; N_i – поздовжня сила; w_i – прогин; φ_i – кут нахилу дотичної до зігнутої осі стрижня від дії згинальних моментів; x_i – поздовжня координата; t – час.

Для випадку гармонічних коливань балки Тимошенка зі змінними параметрами по довжині одержано диференціальні рівняння амплітудних функцій, які зведено до інтегральних рівнянь Вольтерра. Розрахунок коливань багатопрогонової конструкції виконується із застосуванням матричного методу початкових параметрів.

У доповіді наводиться аналіз результатів розрахунків вільних і вимушених поперечних коливань вежі. Ілюструється, зокрема, вплив пружно-інерційних параметрів механічної системи та осевого навантаження на характеристики власного частотного спектру.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Xiao Z, Zhang R, Dai H. Dynamic characteristics analysis of variable cross-section beam under thermal vibration environment. Structures. 2024;61:105941. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.105941>
2. Wang Z, Shi C, Gong C, Cao C, Peng Z, Sun Y. Difference solutions for responses of foundation-beams with arbitrary boundary conditions considering spatial soil variability and its applications. Computers and Geotechnics. 2022;151:{missing_pages}. <https://doi.org/10.1016/J.COMPGE0.2022.105002>
3. Ling T, Wu X, Huang F, Xiao J, Sun Y, Feng W. Variable cross-sections functionally graded beams on Pasternak foundations: An enhanced interaction theory for construction applications. Archive of Applied Mechanics. 2024;94:1-16. <https://doi.org/10.1007/s00419-024-02562-0>
4. Cheng F, Tseng W. Dynamic Matrix of Timoshenko Beam Columns. Journal of the Structural Division. 1973;99;3:527-549. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0003464>
5. Howson W, Williams F. Natural frequencies of frames with axially loaded Timoshenko Members. Journal of Sound and Vibration. 1973;26;4:503-515. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(73\)80216-0](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(73)80216-0)
6. Thornton W, Gorzynski J. - Discussion of “Dynamic Matrix of Timoshenko Beam Columns”. Journal of the Structural Division. 1973;99;12:2502-2504. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0003680>

Харченко Євген Валентинович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Опір матеріалів та будівельна механіка», Національний університет «Львівська політехніка», Львів, e-mail: yevhen.v.kharchenko@lpnu.ua;

Біловус Андрій Романович, аспірант, Інститут механічної інженерії та транспорту, Національний університет «Львівська політехніка», Львів, e-mail: andrii.r.bilovus@lpnu.ua.

TRANSVERSE VIBRATIONS OF A DRILLING ROOF WITH VARIABLE PARAMETERS ALONG THE LENGTH

Abstract. Free and forced transverse oscillations of a drilling rig tower are considered. The computational model is represented as a Timoshenko beam with variable bending stiffness, running mass, and longitudinal force along the length. It is assumed that the tower is mounted on a rigid platform supported by an elastic base. Additionally, the tower is connected to the base by means of elastic braces. The crown block and rig service platforms attached to the tower are treated as rigid bodies. For the case of harmonic oscillations of a Timoshenko beam with variable parameters along its length, the differential equations of the amplitude functions are obtained and reduced to Volterra integral equations. Oscillations of a multi-span structure are calculated using the matrix method of initial parameters. An analysis of the results of calculations of transverse oscillations of a drill tower is presented.

Keywords: drilling tower, multi-span Tymoshenko beam, variable elastic-inertial characteristics along the length, differential and integral equations of motion, free and forced vibrations.

Kharchenko Yevhen, Doctor of Technical Sciences, Professor, Strength of Materials and Structural Mechanics Department, Lviv Polytechnic National University, Lviv, e-mail: yevhen.v.kharchenko@lpnu.ua;

Bilovus Andriy, postgraduate, Institute of Mechanical Engineering and Transport, Lviv Polytechnic National University, Lviv, e-mail: andrii.r.bilovus@lpnu.ua.