

ПРО ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ТОРОЇДАЛЬНИХ ОБОЛОНОК НЕКОЛОВОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

Анотація.

Досліджено напружено-деформований стан ортотропних тороїдальних оболонок неколового перерізу, зокрема супереліптичного. Дослідження проведено на основі варіаційно-різницевого методу, методу множників Лагранжа та використанні змішаних функціоналів. Ця задача через наявність мембранного замикання може доповнити ряд так званих патологічних тестів.

Ключові слова: теорія тонких оболонок, множники Лагранжа, композитні тороїдальні оболонки, явище замикання.

Замкнуті тонкі тороїдальні оболонки завдяки своїй компактності та жорсткості широко використовуються в інженерії. Це не тільки шини, паливні баки й резервуари високого тиску, а й елементи космічних конструкцій. До останніх відносяться надлегкі надувні супутникові компоненти, які служать елементами антен та конструкціями для підтримки космічних телескопів. Бажано, щоб такі тороїдальні оболонки у місцях прикріплення мали потовщення. Може виявитися, що оболонки з неколового поперечного перерізу будуть вигіднішими від оболонок колового перерізу. Намагання збільшити компактність також веде до оболонок неколового поперечного перерізу. З цією метою досліджують оболонки еліптичного, овального, косою еліптичного, параболічно-огівального (з гострими вершинами), кусково-колового, суперколового, супереліптичного та іншого виду перерізів. Часто для проектування тороїдальних оболонок різного призначення використовують полімерні композитні матеріали, яким притаманна анізотропія та нелінійна пружність.

Основною особливістю деформування циліндричних, тороїдальних та інших оболонок неколового перерізу під внутрішнім тиском є значні згини за невеликих розтягів. Розрахунок напружено-деформованого стану (НДС) таких оболонок класичними чисельними сітковими методами ускладнюється через так зване явище мембранного замикання, яке проявляється у сповільненій, але стійкій, збіжності класичних чисельних методів. Так, в розрахунках НДС значно витягнутої вздовж вісі обертання ($b/a = 10$) оболонки знадобилось 20000 вузлових точок [1].

У випадку супереліптичного перерізу (рис.1) оболонки розрахунок НДС ще більше ускладнюється. Прискорити збіжність можна на основі змішаних функціоналів, в яких додатково варіюються заздалегідь малі компоненти деформацій [2].

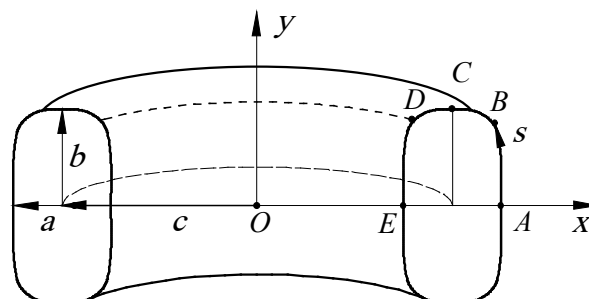


Рисунок 1 – Тороїдальна оболонка супереліптичного перерізу

Серединна поверхня замкненої тороїдальної оболонки утворена обертанням навколо вісі OY супереліпса (крива Ламе):

$$F(x, y) = \left| \frac{x-c}{a} \right|^n + \left| \frac{y}{b} \right|^n - 1 = 0.$$

Зі збільшенням n супереліпс наблизатиметься до прямокутника із закругленими кінцями зі сторонами a і b . Особливої уваги заслуговує вибір системи координат і способу дискретизації дуги супереліпса. На наш погляд, доцільно використати криволінійну систему координат (s, θ, γ) , у якій координата γ спрямована нормально до поверхні, а довжина дуги супереліпса s відраховується від найвіддаленішої від вісі обертання точки A до найближчої до неї точки E проти годинникової стрілки (рис.1). Дискретизацію дуги, задану неявною функцією $F(x, y)$ здійснюємо оригінальним методом типу дотичної [1].

Базову систему рівнянь отримано на основі варіаційно-різницевого методу. Геометричну частину гіпотез Кірхгофа–Лява реалізовано методом множників Лагранжа. Для зменшення впливу мембранного замикання та покращення збіжності у змішаному функціоналі додатково варіюється меридіональна деформація [3].

Для досягнення точності до трьох значущих цифр в максимальних величинах необхідно було розбити півдугу супереліпса ($n=4$) на 2000 вузлових точок, тоді як у випадку еліпса ($n=2$) достатньо було 200 точок, що є проявом мембранного замикання. Поблизу «діагональних» точок супереліпса B і D та в «діаметральних» точках A і C виникають значні моменти. Дана задача може доповнити ряд так званих патологічних тестів. Таким чином, можна стверджувати, що у впливі параметрів супереліптичного перерізу на характер деформування показник кривої відіграє першочергову роль порівняно з еліптичністю.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Chernyshenko, I. S., & Maksimyuk, V. A. (2000). On the stress-strain state of toroidal shells of elliptical cross section formed from nonlinear elastic orthotropic materials. *International Applied Mechanics*, 36(1), 90-97.
2. Lutska, I. V., & Maksimyuk, V. A. (2021). Deformation of Orthotropic Toroidal Shells of Superelliptic Cross-Section. *International Applied Mechanics*, 57(6), 655-658.
3. Lutska, I. V., Maksimuk, V. A., & Chernyshenko, I. S. (2018). Modeling the deformation of orthotropic toroidal shells with elliptical cross-section based on mixed functionals. *International Applied Mechanics*, 54(6), 660-665

Луцька Ірина Василівна, молодший науковий співробітник, Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, desc@inmech.kyiv.ua

Максимюк Володимир Ананійович, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник, Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, volmak@ukr.net

Чернишенко Іван Семенович, доктор технічних наук, професор, член-кор. НАН України, головний науковий співробітник, Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, desc@inmech.kyiv.ua

ON THE FEATURES OF THE DEFORMATION OF TOROIDAL SHELLS OF A NON-CIRCULAR CROSS-SECTION

Abstract.

The stress-strain state of orthotropic toroidal shells of non-circular cross-section, particularly superelliptic, was studied. The research was carried out based on the variational-difference method, the method of Lagrange multipliers and the use of mixed functionals. This problem, due to the presence of membrane locking, can complement a number of so-called pathological tests.

Keywords: *thin shell theory, Lagrange multipliers, composite toroidal shell, locking effect.*

Iryna Lutska, Junior Researcher, S.P. Tymoshenko Institute of Mechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, desc@inmech.kyiv.ua

Volodymyr Maksymyuk, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Leading Researcher, S.P. Tymoshenko Institute of Mechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, volmak@ukr.net

Ivan Chernyshenko, Doctor of Technical Sciences, Professor, Corresponding Member of NAS of Ukraine, Chief Researcher, S.P. Tymoshenko Institute of Mechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, desc@inmech.kyiv.ua