

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ РОЗМІРНИХ ЕФЕКТІВ НА МОДУЛІ ПРУЖНОСТІ ЛОКАЛЬНО НЕОДНОРІДНИХ НЕФЕРОМАГНІТНИХ ТОНКИХ ПЛІВОК

¹Національний університет «Львівська політехніка»

²Національний лісотехнічний університет України

³Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана П.Сагайдачного

Анотація

Для опису приповерхневих неоднорідностей у довгих тонких плівках запропонована математична модель стану гетерогенного електропровідного деформівного твердого шару із залежними модулями пружності. При цьому враховано суттєву залежність пружних властивостей від неоднорідності матеріалу тіла, що враховано як степеневу залежність пружних характеристик від зміни густини.

Ключові слова: напруження, модулі пружності, розмірні ефекти, міцність.

Вимоги до надійності елементів приладів створили актуальною проблему раціонального підбору їхніх міцнісних, жорсткісних, деформаційних та інших експлуатаційних параметрів. Структура матеріалу та вплив критичного навантаження призводять до виникнення в тілі розмірних ефектів, що особливо відчутно проявляються для випадку наноматеріалів [1]. Тонкі металеві та напівпровідникові плівки за своєю природою є об'єктами з дуже різноманітними фізичними властивостями; причому фізичні характеристики речовини у вигляді плівки можуть істотно відрізнятися від властивостей цих матеріалів у масивному стані.

Останнім часом актуальність дослідження закономірностей зміни фізичних властивостей речовини під час переходу до плівкового стану істотно зросла. Це пов'язано з роботами зі створення активних матеріалів та пристроїв на основі наноструктур. Визначення з достатньою точністю вказаних властивостей ґрунтується на задачах механіки суцільного середовища, які описують взаємопов'язані фізичні та механічні процеси в твердих тілах, що в належній мірі враховують структуру та властивості матеріалу, які зазвичай є локально неоднорідними.

Зміна фізичних властивостей речовини у плівковому стані у порівнянні з властивостями масивної речовини, відбувається під впливом кількох основних причин. До таких причин належать різноманітність структурних характеристик тонких плівок, а також вплив неоднорідностей матеріалу, що визначають ті чи інші фізичні властивості. Це призводить до виникнення розмірних ефектів.

Розглянемо безмежний ізотропний деформівний електропровідний неферромагнітний твердий шар, що займає область $-1 \leq x \leq 1$ у прямокутній декартовій системі координат. Шар у цілому електронейтральний, його поверхні є вільними від зовнішнього силового навантаження і на них задано сталі значення густини ρ_a , відмінне від відлікового значення ρ_* , котре характерне для безмежного однорідного середовища.

У разі зазначеної вище зовнішньої дії рівноважний стан півпростору залежить лише від координати x та описується наступною ключовою системою рівнянь [2] для визначення: густини ρ , термодинамічного електричного потенціалу φ , компоненти тензора напружень $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$

$$\frac{d^2 \rho}{dx^2} - \xi^2 (\rho - \rho_*) = -\xi^2 (\rho_a - \rho_*) \frac{\operatorname{ch} \zeta x}{\operatorname{ch} \zeta l},$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{a_{\omega\omega}}{\epsilon_0} \varphi + \frac{a_{m\omega}}{\epsilon_0} (\rho - \rho_*) = 0, \quad \frac{d^2 \sigma_{xx}}{dx^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1+\nu}{E} \sigma_{\gamma\gamma} - \frac{\nu}{E} \sigma \right) = - \frac{d^2}{dx^2} a_m (\rho - \rho_*) + a_0^\omega \varphi$$

де $\gamma = \{y, z\}$. Тут $a_m, a_0^\omega, a_{m,\omega}, a_{\omega,\omega}, \varepsilon_0, \xi, \zeta$ — константи.

Надалі, згідно з [3], ми врахуємо залежність модулів пружності E, ν від густини, приймаючи

$$E_x = E_0 \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^{\beta_E}, \nu_x = \nu_0 \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^{\beta_\nu} \quad (2)$$

де E_0, ν_0 – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу тіла в опорному стані (постійні значення).

На основі проведених досліджень встановлено, що вільний електропровідний неферромагнітний шар описується системою рівнянь, яка моделює розподіл фізико-механічних полів та розмірні ефекти напружень, міцності та ефективних пружних характеристик. Обґрунтовано повну нелінійну систему рівнянь для електропровідного термопружного тіла та проведено її аналіз. Продемонстровано, що за відсутності зовнішнього силового навантаження в шарі спостерігається ненульовий напружено-деформований стан, зумовлений відхиленням густини поверхні тіла від густини безмежного неоднорідного середовища. Розподіл полів у шарі характеризується трьома параметрами, що пов'язані з кулонівською взаємодією, локальною неоднорідністю матеріалу та геометричною неоднорідністю поверхні. Термодинамічний електричний потенціал, заряд та напруження на поверхні тіла однозначно визначаються його фізичними, геометричними параметрами та умовами навантаження. Окремо слід відмітити, що міцність тонких плівок зростає із зменшенням їх товщини, причому врахування електронної підсистеми змінює значення механічних полів у всій області тіла та характер їх розподілу в приповерхневій зоні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Нагірний Т. С., Червінка К. А. Основи механіки локально неоднорідних деформівних твердих тіл. – Львів: Растр-7, 2018. – 204 с.
2. Nahirnyi T., Tchervinka K., Senyk Y. Strength of a conducting nonferromagnetic layer. Size effect. Journal of Mathematical Sciences. 2022. № 265. P. 489–497.
3. Markovych B., Senyk Y., Nodzhak L. Stress-deformed state and strength of a locally heterogeneous electrically conductive layer. Mathematical Modeling and Computing. 2022. Vol. 9, No. 3. P. 750–756. <https://doi.org/10.23939/mmc2022.03.750>

Маркович Богдан Михайлович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри прикладної математики Національного університету «Львівська політехніка», Львів, bohdan.m.markovych@lpnu.ua.

Сеник Юлія Андріївна, кандидат технічних наук, старший викладач кафедри комп'ютерної інженерії, математики і фізики Національного лісотехнічного університету України, Львів, yuliya.senyk@gmail.com.

Ліщинська Христина Іванівна, кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки Національної академії сухопутних військ ім. гетьмана П. Сагайдачного, Львів, k_lichch@meta.ua.

MODELING THE INFLUENCE OF SIZE EFFECTS ON THE ELASTIC MODULUS OF LOCALLY INHOMOGENEOUS NONFERROMAGNETIC THIN FILMS

Abstract

To describe near-surface inhomogeneities in thin films, a mathematical model of the state of a heterogeneous electrically conductive deformable solid layer with dependent elastic moduli is proposed. In this case, a significant dependence of elastic properties on the inhomogeneity of the body material is taken into account, which is taken into account as a power-law dependence of elastic characteristics on the change in density.

Keywords: stresses, elastic moduli, size effects, strength.

Bohdan Markovych, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics, Lviv Polytechnic National University, Lviv, bohdan.m.markovych@lpnu.ua.

Julia Senyk, Phd of Technical Sciences, Senior Lecturer, Department of Computer Engineering, Mathematics and Physics, National Forestry University of Ukraine, Lviv, yuliya.senyk@gmail.com.

Khrystyna Lischynska, Phd of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Engineering Mechanics, Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy, Lviv, k_lichch@meta.ua.