

ЗАДАЧА ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНИХ ВИСОТИ Й ДАЛЬНОСТІ ПОЛЬОТУ ДИМОВОЇ ГРАНАТИ

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного

Анотація

Запропонована методика розв'язування задачі визначення дальності польоту димової гранати безпілотної роботизованої платформи. Математична модель задачі складається з двох лінійних диференціальних рівнянь другого порядку зі змінними коефіцієнтами стосовно переміщень і відповідних початкових умов (враховується лінійна залежність сили опору середовища від швидкості руху гранати). Шляхом розділення змінних у рівняннях, їх інтегрування та задоволення початкових умов одержані аналітичні залежності для максимальних дальності та висоти польоту гранати.

Ключові слова: диференціальні рівняння, метод розділення змінних, дальність польоту гранати.

Застосування безпілотної авіації та високоточної зброї в ході російсько-української війни зумовлює потребу в конструюванні та створенні мобільних і недорогих засобів дистанційної постановки димових завіс. Військові підрозділи, які обладнані засобами дистанційного управління димопуском, демонструють вищу живучість, що зменшує їхню вразливість в умовах активного ведення бойових дій [1, с. 20]. Такими засобами можуть стати наземні роботизовані комплекси [2], для яких необхідно визначати максимальну дальність встановлення димових завіс залежно від значень їх тактико-технічних характеристик.

Рух димової гранати у випадку дії лінійно залежної від швидкості руху тіла сили опору середовища описується системою двох диференціальних рівнянь, які в проєкціях по координатних осях Ox і Oy мають вигляд (1), де m і k – маса гранати і коефіцієнт опору середовища відповідно та початкові умови для координат і швидкостей:

$$m \frac{dv_x}{dt} = -kv_x, \quad m \frac{dv_y}{dt} = -mg - kv_y, \quad (1)$$

за $t = 0$, $\vec{r}_0 = (0; 0)$ та $\vec{v}_0 = (v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha)$.

Рівняння (1) є, згідно [3], диференціальними рівняннями другого порядку зі змінними коефіцієнтами. Розділяючи змінні, розв'яжемо перше рівняння (1):

$$\frac{dv_x}{v_x} = -\frac{k}{m} dt \rightarrow \ln v_x = -\frac{k}{m} t + C \rightarrow v_x = C_1 e^{-\frac{kt}{m}} \rightarrow \frac{dx}{dt} = C_1 e^{-\frac{kt}{m}},$$

звідки $x(t) = -\frac{m}{k} e^{-\frac{kt}{m}} + C_2$. Після задоволення початкових умов, отримаємо закон руху гранати в напрямку осі Ox :

$$x(t) = \frac{m}{k} v_0 (1 - e^{-\frac{kt}{m}}) \cos \alpha \quad (2)$$

Подібним чином були одержані закон руху гранати по осі Oy і її вертикальна швидкість:

$$y(t) = \frac{m}{k} v_0 \sin \alpha \left(1 - e^{-\frac{kt}{m}} \right) - \frac{m}{k} g t \quad (3)$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \alpha e^{-\frac{kt}{m}} - \frac{m}{k} g \quad (4)$$

Час t_1 , за який граната досягає максимальної висоти H , визначали з (4) за умови, що вертикальна швидкість рівна нулю:

$$t_1 = \frac{m}{k} \ln \left(\frac{kv_0 \sin \alpha}{mg} \right) \quad (5)$$

Час t_2 , протягом якого граната рівноприскорено рухається вниз до $y=0$, знаходили як додатний корінь рівняння:

$$at^2 + bt + c = 0, \quad (6)$$

$$\text{де } a=g/2, b=v_0 \sin \alpha, c=-H = -\frac{m}{k} v_0 \sin \alpha \left(1 - e^{-\frac{kt_1}{m}}\right) + \frac{m}{k} g t_1.$$

Максимальну дальність польоту гранати визначали як суму $x(t) = x(t_1) + x(t_2)$.

Використовуючи одержані розв'язки, для заданих коефіцієнтів опору повітряного середовища і тактико-технічних характеристик гранат були обчислені максимальні висоти та дальності польоту димової гранати ЗД6 і шведської димової гранати SMOKE 469 С, які показали задовільну кореляцію з експериментальними даними.

Встановлено, що опір повітря чинить істотний вплив на дальність польоту димової гранати: вона летить коротший час, досягає меншої висоти, траєкторія руху несиметрична, а кут падіння більший, порівняно з кутом пострілу.

Тому при проектуванні та виготовленні мобільних наземних комплексів для дистанційної постановки димових завіс потрібно враховувати одержані закономірності, визначати максимальну дальність.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Брянкін С.С. Аналіз використання аерозольних (димових) засобів у сучасних бойових діях / Брянкін С.С., Озеран Г.П., Скиба О.В., Доманов І.О., Рибачок Д.В., Лук'янець О.В., Брянкін О.С. *Збірник наукових праць ДНДІ ВС ОВТ*. 2024. Вип. 4(22). С. 14-22.
2. Бровченко В. Роботизована платформа для запуску димових гранат «Туча»: нова розробка українських інженерів. 2024.06.14. [Електронний ресурс]. Режим доступу: https://wheel-news.com/42468-robotyzovana-platforma-dlia-zapusku-dymovykh-hranat-tucha-nova-rozrobka-ukrainskykh-inzheneriv#google_vignette. Дата звернення 2025.04.17.
3. Кагадій Т.С. Диференціальні рівняння: теорія, приклади, розв'язання: навчальний посібник / Кагадій Т.С., Сушко Л.Ф., Щербина І.В., Онопрієнко О.Д., Шпорта А.Г. Дніпро: ДДАЕУ, 2022. 190с.

Романчук Ярослав Петрович, кандидат фізико-математичних наук, ст.н.с., старший викладач кафедри інженерної механіки Національної академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів, romanchuky@ukr.net.

Баранов Андрій Вікторович, заступник начальника факультету Національної академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів, romanchuky@ukr.net.

THE PROBLEM OF DETERMINING THE MAXIMUM HEIGHT AND RANGE OF A SMOKE GRENADE

Abstract.

A methodology for solving the problem of determining the flight range of a smoke grenade of an unmanned robotic platform is proposed. The mathematical model of the problem consists of two second-order linear differential equations with variable coefficients with respect to displacements and the corresponding initial conditions (the linear dependence of the medium resistance force on the grenade velocity is taken into account). By separating the variables in the equations, integrating them, and satisfying the initial conditions, the analytical dependences for the maximum range and height of the grenade flight were received.

Keywords: differential equations, method of separation of variables, grenade flight range.

Yaroslav Romanchuk, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Senior Lecturer, Department of Engineering Mechanics, Hetman Petro Sahaidachny National Army Academy, L'viv, romanchuky@ukr.net.

Andriy Baranov, Deputy Head of Faculty, Hetman Petro Sahaidachny National Army Academy, L'viv, romanchuky@ukr.net.