

ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РУХОМОГО ДРОТУ ЗА ДОПОМОГОЮ АСИМПТОТИЧНОГО МЕТОДУ

Національний університет «Львівська політехніка»

Анотація

Метою цієї роботи є всебічне дослідження впливу факторів безперервної дії на характер змін амплітуди та частоти коливань в одновимірних нелінійних пружних системах, що характеризуються поздовжнім рухом. Для дроту, що рухається вздовж своєї осі, розглянуто взаємозалежність амплітуди та частоти коливань як у резонансному, так і в нерезонансному випадках.

Ключові слова: нелінійні коливання, рухомий дріт, асимптотичні методи, поздовжня швидкість, динамічний процес, перемотувальна машина.

Вступ

Метою роботи є комплексне дослідження впливу різної природи факторів неперервної дії на характер зміни амплітуди і частоти коливань одновимірних нелінійно-пружних систем, які характеризуються поздовжнім рухом. Для досягнення поставленої мети розв'язано такі завдання: отримано аналітичні та графічні залежності частоти коливання систем, які характеризуються поздовжньою швидкістю, від натягу, довжини, густини матеріалу, модуля пружності, початкової амплітуди та інших величин для нерезонансних та резонансних випадків; 2) встановлено вплив способу закріплення кінців рухомого дроту на АЧХ процесу; 3) проведено експериментальні дослідження та виміряно амплітуду та частоту коливання дроту, який рухається вздовж своєї осі на перемотувальному верстаті; 4) на основі отриманих результатів дослідження запропоновано технічні рекомендації для удосконалення роботи верстата та проведено порівняльну характеристику між режимами роботи такого обладнання.

Математична модель нелінійних коливань

Для опису поперечних коливань дроту за координатну вісь приймаємо прямолінійну вісь x . Від цієї осі будемо відраховувати відхилення елементів дроту при поперечних його коливаннях. При поперечних коливаннях відхилення визначаються однією функцією двох змінних $y = y(x, t)$, де x це координати на осі, а t – час. Поперечні коливання дроту при перемотуванні описуються повільно змінними у часі параметрами: поздовжня швидкість, момент інерції котушки, та натяг дроту. Динамічні процеси у такому нелінійно-пружному середовищі описується диференціальним рівнянням з повільно змінними коефіцієнтами

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \beta^2(\tau) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \varepsilon f_1 \left(\tau, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \psi \right), \text{ де } \beta^2(\tau) = \frac{P(\tau)}{\rho} - V^2(\tau); V(\tau) - \text{повільно змінна у}$$

часі поздовжня швидкість дроту; $P(\tau)$ – повільно змінна у часі сила натягу дроту; ε – малий додатній параметр; $\nu t = \psi$; ν – частота збурюючої сили; $\omega t = \theta$; ω – частота власних поперечних коливань дроту. За допомогою асимптотичних методів знайдено наближений розв'язок вказаного вище рівняння.

Отримані основні результати дослідження

Зростання поздовжньої швидкості призводить до зменшення частоти коливання і при значенні 3,3 м/с для таких умов відбувається збій у коливаннях. Коли дріт не переміщується, тобто $V=0$, то власна частота коливання дроту становитиме 19 Гц, а при зростанні поздовжньої

швидкості до 2,1 м/с, частота зменшується на 12,5%. Аналіз графічного представлення залежностей показує, що радіус веденого барабана не суттєво впливає на частоту поперечних коливань дроту, чого не скажеш про лінійну швидкість перемотування дроту: при її зростанні частота поперечних коливань спадає. За допомогою програмного середовища MAPLE отримано графічне представлення залежності амплітуди коливання дроту від швидкості для нерезонансного випадку. При зростанні поздовжньої швидкості, амплітуда зростає майже за лінійним законом. Зокрема, при $V=5$ м/с зростання амплітуди коливання становить 5% порівняно з дротом, що не характеризується повздовжнім рухом (вільні коливання нерухомого дроту) через 10 с. На основі використання асимптотичного методу побудовано графік зміни амплітуди у резонансному режимі для різних повздовжніх швидкостей дроту при силі тертя 10 Н та 15 Н. Вони майже ідентичні, що говорить про дуже малий вплив сили тертя між ведучим барабаном і віссю на амплітуду коливання. Максимальне значення амплітуди при швидкості дроту 3,2 м/с досягає 0,0115 м, при однорідних крайових умовах і 0,0106 м при лінійній швидкості дроту 1,3 м/с. Якщо врахувати силу в 5Н, яка діє на дріт від коливання ролика, то при повздовжній швидкості 3,2 м/с амплітуда коливання рівна 0,0108м (неоднорідні крайові умови). Амплітуда зменшиться на 6,7% у порівнянні з нерухомими роликами. Зменшення сили на роликах до 2 Н призводить до зменшення амплітуди коливання на 4%.

Висновки

Отримано математичні залежності, які дають змогу комплексно дослідити вплив параметрів рухомого середовища на характер зміни частоти і амплітуди та більш точно спрогнозувати динамічні явища у них. Для реальної фізичної моделі отримано аналітичні та графічні залежності частоти коливання систем, які характеризуються поздовжньою чи кутовою швидкостями, від натягу, довжини, густини, швидкості руху, початкової амплітуди, модуля пружності і інших величин для нерезонансних та резонансних випадків. Для дроту, який рухається вздовж своєї осі було розглянуто взаємозалежності амплітуди та частоти коливання у резонансному та нерезонансному випадках. Встановлено вплив вібрацій ролика на характер зміни АЧХ коливань процесів. Проаналізовано вплив способу закріплення кінців на АЧХ. За результатами аналізу ефективності устаткування для різних режимів перемотування знайдено оптимальне значення швидкостей. Це дозволило підвищити експлуатаційні характеристики устаткування на 13%. Розроблено практичні технічні рекомендації для удосконалення роботи верстата та зроблено порівняльну характеристику між режимами. Визначено, що при запровадженні нових вузлів верстата розриви дроту зменшуються приблизно на 13% при збільшенні швидкості намотування з 1,3 м/с до 3,2 м/с. Це дозволило покращити продуктивність такого обладнання у 2,5 рази. Виходячи з теоретичних результатів, в ході експериментального дослідження, запропоновано практичні рекомендації. Проведено натурний експеримент щодо удосконалення роботи верстата для перемотування дроту з кольорових та дорогоцінних матеріалів та зроблено порівняння з теоретично отриманими.

Пукач Петро Ярославович — доктор техн. наук, професор, директор Інституту прикладної математики та фундаментальних наук, Національний університет «Львівська політехніка»

Research of vibrational characteristics of a moving wire using the asymptotic method

Abstract

The aim of this work is a comprehensive study of the influence of continuous factors on the nature of changes in the amplitude and frequency of oscillations in one-dimensional nonlinear elastic systems characterized by longitudinal motion. For a wire moving along its axis, the interdependence of the amplitude and frequency of oscillations in both resonant and non-resonant cases is considered.

Keywords: frequency, dispersion relation, wave solution, asymptotic method.

Pukach Petro Ya. — Doctor of Tech. Sciences, Professor, Director of the Institute of Applied Mathematics and Fundamental Sciences, Lviv Polytechnic National University