

Є. В. Харченко<sup>1</sup>  
К.-Г. Нойман<sup>2</sup>  
В. Дудда<sup>3</sup>  
С. Клиш<sup>3</sup>  
А. Р. Біловус<sup>1</sup>

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОПЕРЕЧНИХ І КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ДОВГОМІРНИХ СКЛАДЕНИХ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ

<sup>1</sup>Національний університет «Львівська політехніка»

<sup>2</sup>Західно-Саксонська вища школа у м. Цвіккау, Німеччина

<sup>3</sup>Вармінсько-Мазурський університет в Ольштині, Польща

**Анотація.** Розглядаються математичні моделі поперечних і крутильних коливань довгомірних складених металоконструкцій, побудовані із застосуванням засобів континуалізації. Моделювання поперечних коливань висотних споруд (бурова вежа, щогла будівельного підіймального пристрою, кузови автомобіля та автобуса) проводиться із застосуванням теорії балок С. Тимошенка. Математичний опис крутильних коливань довгомірних конструкцій виконується на основі аналізу напружено-деформованого стану механічної системи або експериментального визначення її характеристик жорсткості. Розробляються алгоритми розрахунків вільних і вимушених коливань із застосуванням матричного методу початкових параметрів. Розглядаються особливості динамічного розрахунку конструкцій зі змінними пружно-інерційними параметрами по довжині.

Наводяться приклади модального аналізу висотних металоконструкцій, а також кузовів легкового автомобіля і автобуса та проводиться порівняльний аналіз результатів визначення власних частот теоретичним і експериментальним шляхом.

**Ключові слова:** довгомірна складена металоконструкція, моделювання механічних коливань, засоби континуалізації, матричний метод початкових параметрів.

У машинобудуванні та в будівельній індустрії широко застосовуються складені металоконструкції, наприклад, бурові вежі, щогли підіймальних пристроїв, кузови автомобілів та автобусів, колони і ферми дорожніх мостів тощо. Під час експлуатації вони зазнають інтенсивних динамічних навантажень, що може призвести до вимушених коливань зі значними амплітудами, резонансних явищ і, як наслідок, до виникнення надмірних деформацій і, навіть, до руйнування. Тому проведення модального аналізу, а також досліджень вимушених коливань таких металоконструкцій на стадії проектування має істотне практичне значення. Динамічний розрахунок складених конструкцій нерідко становить значну проблему у зв'язку з великим числом елементів, що утворюють механічну систему, їх різноманітністю, складністю геометрії, а також труднощами урахування властивостей з'єднань. Тому актуальним завданням є розроблення методів динамічного розрахунку зазначених механічних систем із застосуванням засобів континуалізації.

Так, у сучасних машинних комплексах для буріння глибоких та надглибоких нафтогазових свердловин застосовують висотні споруди баштового типу. Їх виконують, здебільшого, у вигляді чотиригранних пірамід, ребра яких виготовляють із труб або прокатної сталі і з'єднують у площинах граней стрижневими ґратками. Під час роботи бурової установки башта зазнає значних динамічних навантажень з боку інших елементів комплексу, що нерідко призводить до виникнення небажаних динамічних явищ. Найбільшою мірою на міцність вежі впливають її поперечні коливання. Однак, істотну роль у динамічному процесі висотної споруди відіграють також крутильні коливання, що виникають, перш за все, внаслідок дії на вежу обертальних динамічних навантажень з боку ротора під час поглиблення свердловини. Крім цього, здійснюючи поперечні коливання, вежа сприймає обертальні навантаження,

зумовлені асиметричним розташуванням трапів та інших масивних елементів щодо головних площин згину.

Металоконструкції бурових веж включають значне число стрижневих елементів та їхніх вузлів, через що детальне урахування структури механічної системи є значно утрудненим. Раціональний підхід до дослідження динаміки таких конструкцій знайдено у еквівалентній заміні з'єднувальної стрижневої ґратки пружним шаром. Результати досліджень динаміки бурових установок наведено, зокрема, у працях [1-3, 11]. Аналогічні підходи застосовано у дослідженнях динаміки будівельних підйимальних пристроїв [7-10].

З метою добору раціонального варіанту конструкції кузова автомобіля чи автобуса практичне значення має наближене (з похибкою до 15-20%) визначення основних частот вільних коливань дослідних зразків. Застосування для цього складних програмних комплексів і, відповідно, просторових оболонкових або гібридних розрахункових моделей недоцільне через надмірні затрати часу на розв'язання задачі. Надто трудомістким і тривалим є також експериментальне дослідження вільних коливань механічної системи. Тому слід надавати перевагу спрощеним методам розрахунку, які дають можливість оцінювати динамічні характеристики металоконструкції із застосуванням обмеженого числа узагальнених пружно-інерційних параметрів, що визначаються теоретично або експериментально [4-6].

У даній праці розглядаються математичні моделі поперечних і крутильних коливань довгомірних складених металоконструкцій, побудовані із застосуванням засобів континуалізації. Моделювання поперечних коливань висотних споруд (бурова вежа, щогла будівельного підйимального пристрою, кузови автомобіля та автобуса) проводиться із застосуванням теорії балок С. Тимошенка. Математичний опис крутильних коливань довгомірних конструкцій виконується на основі аналізу напружено-деформованого стану механічної системи або експериментального визначення її характеристик жорсткості. Розробляються алгоритми розрахунків вільних і вимушених коливань із застосуванням матричного методу початкових параметрів. Розглядаються особливості динамічного розрахунку конструкцій зі змінними пружно-інерційними параметрами по довжині.

Наводяться приклади модального аналізу висотних металоконструкцій, а також кузовів легкового автомобіля і автобуса та проводиться порівняльний аналіз результатів визначення власних частот теоретичним і експериментальним шляхом.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Харченко Е.В. Динамічні процеси бурових установок. Львів, Світ, - 1991. – 175 с.
2. Харченко Є. В. Континуально-дискретна математична модель крутильних коливань баштових бурових вишок. *Машинознавство*. 1997. №1. С. 41-46.
3. Харченко Є. В., Підгайний Т. Ю. Визначення частот і форм вільних коливань складеного стрижня як тришарової конструкції. Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. Вісник Національного університету «Львівська політехніка» № 641. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка». 2009. С. 80–86.
4. Харченко Є. В., Підгайний Т. Ю. Визначення власних частот крутильних коливань кузова автобуса ЛАЗ А152. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2009. № 1 (53). С. 80–83.
5. Kharchenko Ye., Pidhaynyy T. Mathematical modelling of transverse and torsion vibrations of compound metalwares. *Budownictwo i inżynieria środowiska. Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej*. Z.52. NR 264. P. 81-92.
6. Kharchenko Y., Sobkowski S. Zastosowanie analizy modalnej w diagnostyce stanu technicznego konstrukcji masztowych dźwigów budowlanych. *Diagnostyka*, 2002. Vol. 27. S. 75–81.
7. Kharchenko Y., Sobkowski S. Wpływ podatności połączeń na częstotliwości i postaci drgań swobodnych konstrukcji masztowych dźwigów budowlanych. *Konstrukcje stalowe*. 2003. Nr specjalny: Materiały VIII Konferencji Naukowej „Połączenia i węzły w konstrukcjach metalowych”. S. 27–29.
8. Kharchenko Y., Sobkowski S. Modelowanie matematyczne procesów rozruchu układów napędowych podnośników budowlanych. *Diagnostyka*. 2005. Vol. 35. S. 37–42.
9. Kharchenko Y., Levrync V., Sobkowski S. Zastosowanie metody przemieszczeń uogólnionych do analizy drgań poprzecznych konstrukcji masztowych. *Diagnostyka*. 2007. Nr 3(43). S. 35–40.
10. Kharchenko Ye., Hutyi A., Haiduk V. The influence of friction forces on longitudinal waves propagation in a drill string under release of a stuck borehole. *Tribologia*. 2018. Volume 282. Nr 6. P. 79-87.
11. Tucker R. W., Wang C. An integrated model for drill-string dynamics. *Journal of Sound and Vibration*. 224 (1). 1999. P. 123–165.

**Харченко Євген Валентинович**, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Опір матеріалів та будівельна механіка», Національний університет «Львівська політехніка», Львів, e-mail: [yevhen.v.kharchenko@lpnu.ua](mailto:yevhen.v.kharchenko@lpnu.ua);

**Нойман Карл-Гайнц**, доктор-інженер, професор, кафедра елементів машин, Західно-Саксонська вища школа у м. Цвіккау, Німеччина, Цвіккау, e-mail: [karl.heinz.neumann@fh-zwickau.de](mailto:karl.heinz.neumann@fh-zwickau.de);

**Дудда Вальдемар**, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри механіки та основ конструювання, Вармінсько-Мазурський університет в Ольштині, Польща, Ольштин, e-mail: [dudda@uwm.edu.pl](mailto:dudda@uwm.edu.pl);

**Клиш Сильвестер**, доктор технічних наук, професор, кафедра механіки та основ конструювання, Вармінсько-Мазурський університет в Ольштині, Польща, Ольштин, e-mail: [sylwesterklysz3@uwm.edu.pl](mailto:sylwesterklysz3@uwm.edu.pl);

**Біловус Андрій Романович**, аспірант, Інститут механічної інженерії та транспорту, Національний університет «Львівська політехніка», Львів, e-mail: [andrii.r.bilovus@lpnu.ua](mailto:andrii.r.bilovus@lpnu.ua).

## MATHEMATICAL MODELING OF TRANSVERSE AND TORSIONAL OSCILLATIONS OF LONG-SPAN COMPOUND METAL STRUCTURES

**Abstract.** *Mathematical models of transverse and torsional vibrations of long-span compound metal structures are considered, constructed using the methods of continuum mechanics. Modeling of transverse vibrations of tall structures (drilling tower, the mast of a construction lifting device, car and bus bodies) is carried out using the theory of beams by S. Timoshenko. The mathematical description of torsional oscillations of long-span structures is based on the analysis of the stress-strain state of the mechanical system or experimental determination of its stiffness characteristics. Algorithms for calculating free and forced oscillations are developed using the matrix method of initial parameters. The peculiarities of dynamic analysis of structures with variable elastic and inertial parameters along their length are considered.*

*Examples of modal analysis of tall metal structures, as well as car and bus bodies, are provided, and a comparative analysis of the results of determining natural frequencies by theoretical and experimental methods is conducted.*

**Keywords:** long-span compound metal structure, modeling mechanical vibrations, continuum mechanics, matrix method of initial parameters.

**Kharchenko Yevhen**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Strength of Materials and Structural Mechanics Department, Lviv Polytechnic National University, Lviv, e-mail: [yevhen.v.kharchenko@lpnu.ua](mailto:yevhen.v.kharchenko@lpnu.ua);

**Neumann Karl-Heinz**, Dr.-Ing., Professor, Westsächsische Hochschule Zwickau, Deutschland, Zwickau, e-mail: [karl.heinz.neumann@fh-zwickau.de](mailto:karl.heinz.neumann@fh-zwickau.de);

**Dudda Waldemar**, Dr hab. inż., Professor, Mechanics and Fundamentals of Design Department, University of Warmia and Mazury in Olsztyn, Poland, Olsztyn, e-mail: [dudda@uwm.edu.pl](mailto:dudda@uwm.edu.pl);

**Klysz Sylwester**, Prof. dr hab. inż., Professor, Mechanics and Fundamentals of Design Department, University of Warmia and Mazury in Olsztyn, Poland, Olsztyn, e-mail: [dudda@uwm.edu.pl](mailto:dudda@uwm.edu.pl);

**Bilovus Andriy**, postgraduate, Institute of Mechanical Engineering and Transport, Lviv Polytechnic National University, Lviv, e-mail: [andrii.r.bilovus@lpnu.ua](mailto:andrii.r.bilovus@lpnu.ua).