

## ОПТИМАЛЬНИЙ ПРОФІЛЬ ЛОПАТКИ РОТОРНОГО МЕТАЛЬНИКА ГРУНТУ

<sup>1</sup>Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова

<sup>2</sup>Національний аерокосмічний університет ім. М.Е. Жуковського  
“Харківський авіаційний інститут”

### Анотація

Розроблено метод визначення оптимальної форми профілю лопатки роторного металника ґрунту як розв'язок задачі про брахістохрону для поля відцентрових сил інерції. Побудовано функціонал часу у полярній системі координат. Отримано перший інтеграл рівняння Ейлера у формі диференціального рівняння першого порядку та знайдено його аналітичний розв'язок. Наведено результати розрахунків оптимальних траєкторій. Побудовано лопатку металника ґрунту з профілем брахістохрони.

**Ключові слова:** оптимальний профіль лопатки, брахістохрона, відцентрова сила інерції, функціонал, полярні координати, рівняння Ейлера.

При створенні технічних пристроїв певного класу виникає проблема вибору форми напрямних, у яких рухаються матеріальні частинки (наприклад, ґрунту) під дією відцентрових сил. Зокрема, актуальною є проблема створення роторних ґрунтометальних механізмів (рис. 1), які використовуються у дорожніх, сільськогосподарських машинах, гасінні лісових пожеж у місцевостях з дефіцитом джерел води [1] тощо. Технологічні характеристики цих пристроїв істотно залежать від геометричної форми й розташування лопаток. Це вказує на актуальність дослідження форми профілю лопаток – включаючи і пошук їхньої оптимальної форми.

Доповідь присвячена результатам досліджень по розробки методу визначення оптимального за геометричною формою профілю лопатки металника ґрунту.

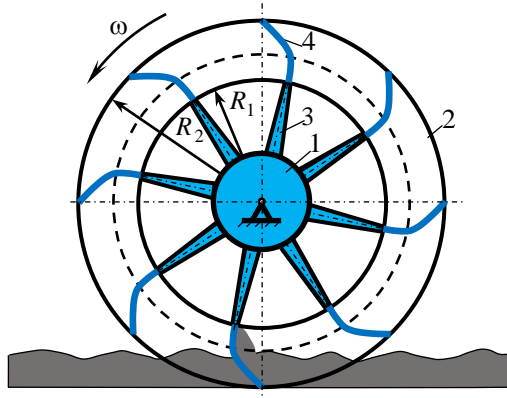


Рис. 1. Схема ґрунтометального механізму

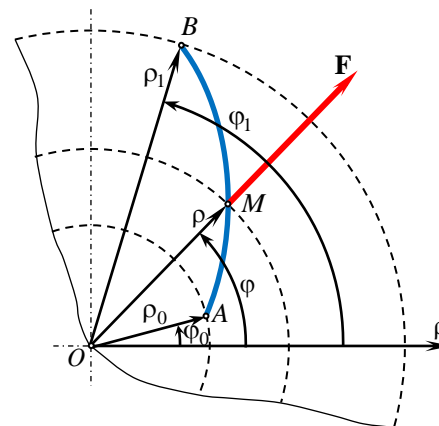


Рис. 2. Схема для побудови брахістохрони у полі відцентрових сил

1. Задачу схематизовано як задачу визначення форми кривої в полі відцентрових сил інерції, яка забезпечує мінімальний час руху частинки (задача про брахістохрону для відцентрової сили). На рис. 2 показані точки A і B в полі відцентрових сил із центром у точці O. У площині, що проходить через зазначені точки, розшукається крива, для якої матеріальна точка M, що виходить з A зі швидкістю  $v_0 = 0$ , досягне B за мінімальний час.

Якщо знехтувати силами тертя й опору, то має місце закон збереження енергії у відносному русі для системи координат, що рівномірно обертається навколо нерухомої осі [2]:

$$T + \Pi = h = const, \quad (1)$$

де  $T = \frac{1}{2}mv^2$  – кінетична енергія точки у відносному русі;  $\Pi = \int_{\rho}^0 F_{\rho} d\rho = -\frac{m\omega^2}{2}\rho^2$  – потенціальна

енергії відцентрової сили інерції;  $F_p = ma^\omega = m\omega^2\rho$  – проекція відцентрової сили інерції точки на напрямок радіуса  $\rho$ ;  $h = -\frac{m\omega^2}{2}\rho^2$  – постійна енергії;  $m$  – маса точки;  $a^\omega = \omega^2\rho$  – відцентрове (нормальне) прискорення;  $\omega$  – кутова швидкість.

З формули (1) з урахуванням прийнятих позначень, виразу для квадрата диференціала дуги в полярних координатах отримані вирази для алгебраїчної величини швидкості і диференціала часу. Інтегрування останнього виразу і приводить до **функціоналу часу**

$$\tau[\rho(\varphi)] = \frac{1}{\omega} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \frac{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2}}{\sqrt{\rho^2 - \rho_0^2}} d\varphi, \quad (2)$$

де  $\rho' = \frac{d\rho}{d\varphi}$ .

2. Для **пошуку екстремуму функціоналу** (2) використано необхідні умови екстремуму функціоналу [3]. Встановлено, що функція, яка розшукується, є розв'язком диференціального рівняння другого порядку (рівняння Ейлера) і має перший інтеграл

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = \rho \sqrt{\frac{C^2\rho^2}{(\rho^2 - \rho_0^2)} - 1}. \quad (3)$$

Диференціальне рівняння (3) допускає аналітичний розв'язок ( $C = const$ ). На рис. 3 представлено графік залежності  $\rho = \rho(\varphi)$  одного з таких розв'язків, яка і була використана при створенні реальної лопатки.

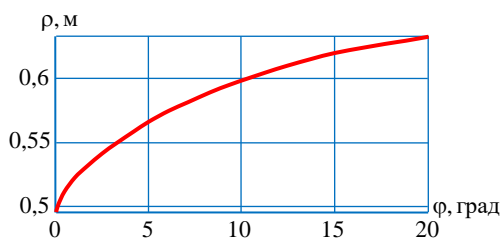


Рис. 3. Графік функції  $\rho(\varphi)$

( $\rho_0 = 0,496$  м;  $\rho_1 = 0,632$  м;  $\varphi_0 = 0$ ;  $\varphi_1 = 20^\circ$ )

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Шатохін В. Вибір оптимальної форми лопатки роторного металника ґрунту / В. Шатохін, О Семків, Н. Шатохіна // *Машинознавство*. – 2013. – № 3-4 (189-190). – С. 11-15.
2. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики. В 2-х томах. т. II. Динамика. / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. – М.: Наука, 1983. – 640 с.
3. Эльсгольц Л.В. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.В. Эльсгольц. – М.: Наука, 1969. – 279 с.

**Шатохін Володимир Михайлович** – д.т.н., проф., проф. кафедри теоретичної і будівельної механіки, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, м. Харків, [shatokhinvlm@gmail.com](mailto:shatokhinvlm@gmail.com),

**Соболь Володимир Миколайович** – к.т.н., доц. кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем, Національний аерокосмічний університет ім. М.Е. Жуковського “Харківський авіаційний інститут”, м. Харків, [sobol\\_vn@ukr.net](mailto:sobol_vn@ukr.net).

#### *Simulation of dynamic processes in a nonholonomic ball mill model*

##### **Abstract**

*A method has been developed for determining the optimal shape of the blade profile of a rotary soil thrower as a solution to the brachistochrone problem for the field of centrifugal inertial forces. The time functional is constructed in the polar coordinate system. The first integral of the Euler equation in the form of a first-order differential equation is obtained and its analytical solution is found. The results of calculations of optimal trajectories are presented. A soil thrower blade with a brachistochrone profile was built.*

**Keywords:** optimal blade profile, brachistochrone, centrifugal force of inertia, functional, polar coordinates, Euler equation.

**Shatokhin Volodymyr M.** – Doct. of Sciences, Professor, Professor of the department of Theoretical and Structural mechanics, O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Kharkiv, [shatokhinvlm@gmail.com](mailto:shatokhinvlm@gmail.com),

**Sobol Volodymyr M.** – Ph.D., Associate Professor of the department of Theoretical Mechanics, Engineering and Robomechanical Systems, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Kharkiv, [sobol\\_vn@ukr.net](mailto:sobol_vn@ukr.net).