

ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИЙ СТАН ДОВГОЇ ОВАЛЬНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Анотація

Дано постановку і розроблено аналітично-чисельну методику розв'язання пружно-пластичних задач статички для довгої ованої цилиндричної оболонки змінної товщини. Наведено вирази для внутрішніх силових факторів і узагальнених переміщень замкненої оболонки, навантаженої поверхневими і погонними силами. Інтеграл у вказаних виразах обчислюються чисельно з використанням формули трапецій. Отримано конкретні числові результати для оболонки змінної товщини за дії рівномірного внутрішнього тиску.

Ключові слова: цилиндрична оболонка, овалний поперечний переріз, змінна товщина, пластичність, аналітично-чисельна методика.

Циліндричні оболонки некругового поперечного перерізу (еліптичного, овалного, суперколового, параболічного, тощо) широко застосовуються в різних галузях сучасної техніки: фюзеляжі пасажирських і вантажних літаків; двигуни військових літаків; корпуси (обтікачі) ракет; канали парогенераторів і оболонки ТВЕЛів ядерних реакторів; резервуари автоцистерн; економайзери парових котлів тощо. У ряді випадків вони виявляються міцнішими, стійкішими і легшими від оболонкових елементів кругового перерізу [1]. При значних рівнях навантажень, що діють на дані елементи конструкцій, властивості їх матеріалів характеризуються нелінійними діаграмами деформування.

Розглянемо нескінченно довгу цилиндричну оболонку овалного поперечного перерізу, виготовлену з однорідного ізотропного матеріалу й навантажену поверхневими q та погонними P_y і P_z силами. Приймаємо, що товщина оболонки h стала уздовж твірної й змінюється неперервно за напрямною. Навантаження, що діє на оболонку, розподілене уздовж твірної рівномірно. З викладеного вище випливає, що переміщення, деформації й напруження в кожному поперечному перерізі оболонки будуть однаковими, а всі шукані величини будуть змінюватися тільки уздовж напрямної.

Геометрія серединної (координатної) поверхні оболонки задається в глобальній декартовій системі координат (X, Y, Z) , вісь OX якої спрямована за віссю циліндра, параметричними рівняннями виду [2, 3]:

$$Y = r_0 \left[\left(1 + \frac{\xi}{2} \right) \sin \varphi + \frac{\xi}{6} \sin 3\varphi \right]; \quad Z = r_0 \left[\left(1 - \frac{\xi}{2} \right) \cos \varphi + \frac{\xi}{6} \cos 3\varphi \right], \quad (1)$$

де $r_0 = \frac{a+b}{2}$; $\xi = 3 \frac{a-b}{a+b}$; φ – кут між нормаллю до серединної поверхні і вертикальною віссю OZ ($-\pi \leq \varphi \leq \pi$); a, b – велика і мала півосі поперечного перерізу.

В цьому випадку радіус кривини овалу обчислюється за такою формулою:

$$r = r_0 (1 + \xi \cos 2\varphi). \quad (2)$$

Система нелінійних розв'язувальних рівнянь отримана на основі співвідношень класичної теорії непологих оболонок Кірхгофа–Лява і теорії малих пружно-пластичних деформацій [4].

В роботі запропонована методика розв'язання фізично нелінійних задач статички для довгої ованої цилиндричної оболонки змінної товщини, яка базується на методі додаткових напружень і аналітичному та чисельному (за правилом трапецій) інтегруванні [3].

Виконуючи на кожній ітерації методу додаткових напружень послідовне інтегрування з використанням рівнянь рівноваги, фізичних та геометричних співвідношень, отримуємо такі

вирази для внутрішніх силових факторів (N, Q, M) і узагальнених переміщень (u, w, \mathcal{G}) овальної оболонки:

$$\begin{aligned}
 N &= -\frac{P_z}{2} \sin \varphi - \frac{P_y}{2} \cos \varphi + \sin \varphi \int_0^{\varphi} r q \cos x dx + \cos \varphi \int_{\varphi}^{\pi/2} r q \sin x dx; \\
 Q &= \frac{P_z}{2} \cos \varphi - \frac{P_y}{2} \sin \varphi - \cos \varphi \int_0^{\varphi} r q \cos x dx + \sin \varphi \int_{\varphi}^{\pi/2} r q \sin x dx; \\
 M &= M^* - \frac{1}{L} \int_0^{\varphi} \frac{r(M^* - M^P) dx}{D_M}; \quad \mathcal{G} = -\int_0^{\varphi} \frac{r(M - M^P) dx}{D_M}; \\
 u &= \cos \varphi \int_0^{\varphi} f_1 dx - \sin \varphi \int_{\varphi}^{\pi/2} f_2 dx; \quad w = \sin \varphi \int_0^{\varphi} f_1 dx + \cos \varphi \int_{\varphi}^{\pi/2} f_2 dx.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Тут позначено: $f_1 = r(\varepsilon \cos x + \mathcal{G} \sin x)$; $f_2 = r(\varepsilon \sin x - \mathcal{G} \cos x)$; $\varepsilon = \frac{N - N^P}{D_N}$; $M^* = \int_0^{\varphi} r Q dx$;

$L = \int_0^{\pi/2} \frac{rdx}{D_M}$; N^P, M^P – нелінійні складові тангенціального зусилля і моменту, які враховують

пластичні деформації матеріалу; D_N, D_M – характеристики жорсткості оболонки.

Ітераційний процес продовжується до збігу результатів у двох сусідніх наближеннях з заданою точністю.

Для овальної циліндричної оболонки змінної товщини $h = h_0(1 + \beta \cos 2\varphi)$, яка виготовлена з сплаву АМг-6 і знаходиться під дією рівномірного внутрішнього тиску, з використанням розробленої методики досліджено вплив пластичних деформацій і геометричних параметрів овалу на напружено-деформований стан оболонки та знайдено оптимальне значення параметра β , при якому максимальне напруження є мінімальним за незмінної ваги оболонки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Soldatos K. P. Mechanics of cylindrical shells with non-circular cross-section: a survey // Appl. Mech. Rev. – 1999. – 52, N 8. – P. 237–274.
2. Chen Y.N., Kempner J. Buckling of oval cylindrical shell under compression and asymmetric bending // AIAA J. – 1976. – 14, No. 9. – P. 1235–1240.
3. Storozhuk E.A., Yatsura A.V. Analytical-Numerical Solution of Static Problems for Noncircular Cylindrical Shells of Variable Thickness // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 3. – P. 313–325.
4. Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S., Pigoł O.V. Elastoplastic State of an Elliptical Cylindrical Shell with a Circular Hole // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 6. – P. 647–654.

Сторожук Євген Анатолійович, доктор фізико-математичних наук, професор, провідний науковий співробітник відділу динаміки і стійкості суцільних середовищ Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, stevan@ukr.net.

ELASTO-PLASTIC STATE OF A LONG OVAL CYLINDRICAL SHELL OF VARIABLE THICKNESS

Abstract

The statement is given and the analytical-numerical method of solving elastic-plastic problems of statics for a long oval cylindrical shell of variable thickness is developed. Expressions for internal force factors and generalized displacements of a closed shell loaded with surface and linear forces are presented. The integrals in these expressions are calculated numerically using the trapezoid formula. Specific numerical results are obtained for a shell of variable thickness under the action of a uniform internal pressure.

Key words: cylindrical shell, oval cross-section, variable thickness, plasticity, analytical-numerical method.

Evgen Storozhuk, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Leading Researcher of the Department of Dynamics and Stability of Continuous Environments of the Institute of Mechanics named after S.P. Tymoshenko National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, stevan@ukr.net.