

## ЗАСТОСУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ВИВЧЕННІ СКЛАДНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Вінницький національний технічний університет

### **Анотація**

*У роботі обґрунтовано доцільність та необхідність впровадження інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у процес навчання вищої математики з метою подолання формалізму знань та розвитку просторової уяви студентів. Розкрито суть принципу когнітивної наочності, яка, на відміну від традиційної ілюстративної, виконує дослідницьку функцію та забезпечує синхронізацію логічного й образного мислення. Визначено та деталізовано чотири фундаментальні рівні комп'ютерної візуалізації: ілюстративно-deskриптивний, динамічно-маніпулятивний, параметрично-варіативний та конструктивно-моделюючий. На основі порівняльного аналізу традиційних калькуляторів та динамічних середовищ (зокрема, GRAN-3D та Advanced Grapher) доведено переваги безперервного інтерактивного взаємозв'язку між аналітичним виразом та графічним образом. Особливу увагу приділено практичному розв'язанню когнітивних труднощів під час вивчення проблемних тем стереометрії та математичного аналізу (зокрема, концепції «комп'ютерного мікроскопа»). Окреслено роль покрокової алгоритмізації мультимедійних презентацій для оптимізації когнітивного навантаження студентів.*

**Ключові слова:** інформаційно-комунікаційні технології, навчання математики, когнітивна наочність, комп'ютерна візуалізація, динамічні математичні середовища, GRAN-3D, Advanced Grapher, стереометрія, математичний аналіз.

### **Abstract**

*The paper substantiates the expediency and necessity of implementing information and communication technologies (ICT) in the process of teaching higher mathematics in order to overcome the formalism of knowledge and develop students' spatial imagination. The essence of the principle of cognitive visualization is revealed. Unlike traditional illustrative visualization, cognitive visualization performs a research function and ensures the synchronization of logical and figurative thinking. Four fundamental levels of computer visualization are identified and described in detail: illustrative-descriptive, dynamic-manipulative, parametric-variational, and constructive-modeling. Based on a comparative analysis of traditional calculators and dynamic mathematical environments (in particular, GRAN-3D and Advanced Grapher), the advantages of a continuous interactive relationship between analytical expressions and graphical representations are demonstrated. Particular attention is paid to the practical solution of cognitive difficulties encountered while studying challenging topics in stereometry and mathematical analysis, including the concept of the "computer microscope." The role of step-by-step algorithmization of multimedia presentations in optimizing students' cognitive load is outlined.*

**Keywords:** information and communication technologies, mathematics education, cognitive visualization, computer visualization, dynamic mathematical environments, GRAN-3D, Advanced Grapher, stereometry, mathematical analysis

### **Вступ**

Сучасний етап розвитку освіти характеризується активним впровадженням інформаційно-комунікаційних технологій у навчальний процес [1]. Особливої актуальності це набуває у викладанні математики, де значна частина навчального матеріалу пов'язана з абстрактними поняттями, складними просторовими об'єктами та динамічними процесами, які важко повноцінно пояснити лише за допомогою традиційних засобів навчання крейди, дошки та статичних рисунків. В умовах дефіциту просторової уяви виникає потреба у використанні комп'ютерної візуалізації як інструменту, здатного забезпечити більш глибоке розуміння математичних закономірностей.

Однією з головних проблем сучасного математичного навчання є формалізм знань, коли учні можуть механічно застосовувати формули та алгоритми, але не розуміють їхнього геометричного, фізичного або логічного змісту. Тому комп'ютерні технології стають не лише допоміжним засобом, а повноцінним елементом сучасної методики навчання математики, реалізуючи принцип когнітивної наочності [2]. За такого підходу математичний об'єкт перестає бути статичним символом і перетворюється на динамічну модель, доступну для дослідження.

## Результати дослідження

Механізми впливу комп'ютерної візуалізації на пізнавальний процес полягає:

1. Традиційна наочність (класичні таблиці, статичні рисунки на дошці) виконує переважно ілюстративну функцію — вона констатує факт, але не пояснює процес.

2. Когнітивна наочність, своєю чергою, виконує дослідницьку функцію, що характеризується інтерактивністю, операційністю та згорнутістю складної інформації в наочний графічний образ.

Впровадження таких інструментів забезпечує синхронізацію лівої та правої півкулі мозку. Математика традиційно спирається на логіку, символи та алгоритми, тоді як когнітивна наочність залучає просторове й образне мислення [2].

Наприклад, при побудові перерізу складного багатогранника в середовищі GRAN-3D, учень одночасно бачить аналітичне рівняння площини та її просторове втілення [3]. Це створює міцний когнітивний зв'язок «символ - образ».

Застосування ІКТ дозволяє виділити чотири фундаментальні рівні візуалізації об'єктів за ступенем їхньої складності та ролі в навчальному процесі [5]:

1. Ілюстративно-дескриптивний (статичний) рівень: комп'ютер як «ідеальний кресляр». Візуалізація функцій з високою частотою коливань або складних структур для створення еталонного образу, що виключає хиби ручного креслення.

2. Динамічно-маніпулятивний (кінетичний) рівень: подолання проблеми «плоского сприйняття». Завдяки інструментам обертання та масштабування 'мозок учня формує цілісний 3D-образ просторового тіла (наприклад, у стереометрії).

3. Параметрично-варіативний (дослідницький) рівень: створення «сімейства кривих». Змінюючи параметри за допомогою бігунків (слайдерів) в Advanced Grapher, студент візуально відчуває вплив кожної змінної на загальну форму графіка, розуміючи закономірності (наприклад, розширення віток квадратичної функції).

4. Конструктивно-моделюючий (творчий) рівень: побудова складних об'єктів шляхом алгоритмів або комбінування. Візуалізація стає результатом синтезу нових математичних об'єктів, наприклад, при моделюванні фізичних процесів мовою математики.

Для глибшого розуміння ролі ІКТ варто чітко розрізнити функціонал статичних калькуляторів та динамічних середовищ (див. табл. 1).

Таблиця 1. Порівняльний аналіз динамічних середовищ і традиційних обчислювачів

Критерій порівняння	Традиційний калькулятор	Динамічне математичне середовище
Орієнтація процесу	Отримання кінцевого результату. Умови і відповіді розірвані («чорна скринька»).	Дослідження самого процесу. Математичний об'єкт існує в динамічному континуумі.
Характер змін	Дискретність. Необхідне постійне введення нових наборів точок вручну.	Безперервність. Повзунки забезпечують динамічну тяглість перетворень графіків.
Реакція на дію	Односторонній зв'язок (команда - сухий результат).	Двосторонній інтерактивний зв'язок (зміна фігури оновлює аналітичне рівняння).
Ставлення до помилки	Результат кваліфікується просто як «неправильний».	Помилка візуалізується і стає стимулом для аналізу та виявлення недоліку в гіпотезі.

Аналіз показав, що найбільшій кількості когнітивних помилок учні припускаються при вивченні стереометрії та математичного аналізу [5].

У стереометрії плоскі проекції не зберігають кутів і довжин. Це викликає ефект «оптичного злиття» мимобіжних прямих та проблему ідентифікації невидимих ліній. Використання програм GRAN-3D усуває цю проблему через можливість просторового обертання та ізоляції допоміжних елементів [3].

У математичному аналізі абстракція граничних переходів та диференціалів викликає ускладнення. Завдяки концепції «комп'ютерного мікроскопа» (масштабування Zoom в Advanced Grapher) будь-яка диференційовна крива перетворюється на пряму лінію, що наочно пояснює суть похідної як лінійної частини приросту функції.

При вивченні складних теорем виникає проблема «втрати логічної нитки». Використання покрокової алгоритмізації доведення через презентації сприяє квантуванню матеріалу — розбиттю масиву інформації на логічні дози (один слайд = один логічний крок). Синхронізація тексту, креслення та пояснень усуває когнітивне перевантаження, а використання гіпертекстової (нелінійної) структури дозволяє адаптувати темп уроку під індивідуальні особливості сприйняття різних груп учнів [4].

## Висновок

Підсумовуючи результати дослідження, можна стверджувати, що впровадження ІКТ у процес вивчення математики є об'єктивно необхідним кроком для подолання формалізму в освіті. Когнітивна наочність трансформує роль комп'ютера з простого засобу ілюстрації на активний інструмент дослідження. Динамічні математичні середовища (GRAN, Advanced Grapher) створюють умови для процесуального пізнання, де закон постає як жива модель, доступна для маніпуляцій, що забезпечує глибоке засвоєння складних абстракцій та подолання страху помилки.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Семеріков С. О., Мінтій І. С., Словак К. І. Використання систем комп'ютерної математики у навчанні математичних дисциплін. Інформаційні технології в освіті. 2021. № 4. С. 45–59.
2. GeoGebra Team. GeoGebra Mathematics Software. URL: <https://www.geogebra.org> (дата звернення: 08.06.2026).
3. Hohenwarter M., Lavicza Z. The Strength of the Community: How GeoGebra Can Inspire Technology Integration in Mathematics Education. The Journal of Online Mathematics and Its Applications. 2020. Vol. 20. P. 1–12.
4. Borba M. C., Askar P., Engelbrecht J., Gadanidis G., Llinares S., Sánchez-Aguilar M. Blended Learning, E-Learning and Mobile Learning in Mathematics Education. ZDM Mathematics Education. 2022. Vol. 54. No. 5. P. 1021–1032.
5. Drijvers P. Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (or Doesn't). Educational Studies in Mathematics. 2021. Vol. 106. No. 1. P. 1–20.

**Клеона Ірина Анатоліївна** - доктор філософії, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, e-mail: [paceka08@gmail.com](mailto:paceka08@gmail.com)

**Головащенко Павло Андрійович** – студент групи 1 КІТС-25б, факультет менеджменту та інформаційної безпеки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [golovashchenkopavlo@gmail.com](mailto:golovashchenkopavlo@gmail.com)

**Klieona Iryna**, Doctor of Philosophy, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, e-mail: [paceka08@gmail.com](mailto:paceka08@gmail.com)

**Holovashchenko Pavlo Andriiovych**, student of Group 1 KITS-25b, Faculty of Management and Information Security, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine. E-mail: [golovashchenkopavlo@gmail.com](mailto:golovashchenkopavlo@gmail.com).