

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ РЯДІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ В МЕРЕЖАХ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглянуто застосування теорії рядів для математичного моделювання процесів розповсюдження інформації в мережах. Проаналізовано використання степеневих рядів, рядів Фур'є та генеруючих функцій для опису динаміки інформаційних потоків. Показано можливість використання математичного апарату теорії рядів для прогнозування поширення повідомлень та аналізу структури мереж.

Ключові слова: теорія рядів, степеневий ряд, ряд Фур'є, інформаційні мережі, математичне моделювання.

Abstract

This paper examines the application of series theory to the mathematical modeling of information propagation processes in networks. It analyzes the use of power series, Fourier series, and generating functions to describe the dynamics of information flows. The possibility of using the mathematical apparatus of series theory for predicting message propagation and analyzing network structures is demonstrated.

Keywords: series theory, power series, Fourier series, information networks, mathematical modeling.

Вступ

Сучасні інформаційні мережі характеризуються складною структурою та великою швидкістю передачі даних [1, 3]. Для дослідження закономірностей поширення інформації використовуються математичні моделі, які дозволяють описувати динаміку інформаційних потоків. Одним із ефективних інструментів аналізу є теорія рядів, що забезпечує можливість подання складних функцій у вигляді нескінченних сум та спрощує дослідження процесів поширення інформації. Теорія рядів широко застосовується для побудови математичних моделей та аналізу складних процесів. Зокрема, степеневі ряди дозволяють описувати зміну параметрів системи в часі, а ряди Фур'є використовуються для дослідження періодичних закономірностей. У задачах моделювання інформаційних мереж ці методи дають змогу прогнозувати поширення повідомлень та оцінювати вплив структури мережі на передачу інформації. Крім того, використання рядів дозволяє спрощувати обчислення складних функціональних залежностей, аналізувати стійкість математичних моделей та досліджувати поведінку інформаційних потоків за різних умов функціонування мережі. Розклади функцій у ряди створюють основу для наближених обчислень і чисельного моделювання, що є важливим під час дослідження великих мережевих систем, для яких точні аналітичні розв'язки часто є недоступними.

Результати дослідження

Для опису кількості користувачів, які отримали інформацію в момент часу t , може використовуватися степеневий ряд [1]:

$$I(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n \quad (1)$$

Коефіцієнти ряду визначаються параметрами мережі та інтенсивністю передачі повідомлень між вузлами. Важливою характеристикою степеневого ряду є його збіжність [1]. Радіус збіжності визначає

область значень, у якій ряд коректно описує поведінку системи. Аналіз збіжності дозволяє оцінити точність математичної моделі та межі її застосування під час прогнозування процесів поширення інформації в мережах. Для аналізу періодичних змін активності користувачів застосовується ряд Фур'є [2]:

$$I(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) \quad (2)$$

Використання рядів Фур'є дозволяє не лише досліджувати періодичність інформаційних процесів, а й виявляти закономірності активності користувачів у різні проміжки часу. Це дає можливість визначати моменти найбільшої інтенсивності поширення інформації та підвищувати точність прогнозування динаміки інформаційних потоків у мережі.

Розкладання в ряд Фур'є дозволяє визначити основні періоди поширення інформації та дослідити циклічні закономірності активності мережі [2]. Для аналізу ймовірностей отримання повідомлень використовується генеруюча функція [4]. Генеруючі функції широко застосовуються в теорії графів і мережевому аналізі. Їх використання дозволяє визначати характеристики структури мережі, оцінювати ймовірність охоплення інформацією певної кількості вузлів та аналізувати ефективність процесу поширення повідомлень у складних мережах.

$$G(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n x^n \quad (3)$$

де p_n — імовірність того, що вузол мережі отримає повідомлення n разів [4,5].

Застосування теорії рядів дає можливість досліджувати поведінку інформаційних потоків, виконувати прогнозування та оцінювати вплив структури мережі на швидкість поширення інформації. Крім того, методи теорії рядів можуть використовуватися для аналізу стійкості інформаційних процесів у мережах. За допомогою дослідження збіжності рядів можна оцінювати коректність математичної моделі та межі її застосування. Це особливо важливо під час прогнозування поширення великих обсягів інформації в соціальних мережах і комунікаційних системах. Використання математичних моделей на основі рядів також дозволяє зменшити обчислювальну складність аналізу порівняно з детальним моделюванням кожного окремого вузла мережі. Отримані результати свідчать про перспективність використання теорії рядів у задачах аналізу та прогнозування інформаційних потоків. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на врахування особливостей реальних мереж, зокрема неоднорідності зв'язків між вузлами та змінної активності користувачів.

Висновок

У роботі досліджено можливості застосування теорії рядів для математичного моделювання процесів поширення інформації в мережах. Проведений аналіз показав, що використання степеневих рядів, рядів Фур'є та генеруючих функцій дозволяє ефективно описувати динаміку інформаційних потоків, виявляти закономірності їх розвитку та досліджувати вплив структури мережі на процес передачі повідомлень.

Встановлено, що степеневі ряди можуть використовуватися для моделювання зміни кількості користувачів, охоплених інформацією в певний момент часу, а дослідження їх збіжності дає змогу визначати межі застосування побудованих математичних моделей. Показано, що розкладання функцій у ряди Фур'є є ефективним засобом аналізу періодичних змін активності користувачів та виявлення циклічних закономірностей поширення інформації. Використання генеруючих функцій дозволяє оцінювати ймовірнісні характеристики процесу передачі повідомлень і досліджувати особливості структури мережі.

Отримані результати свідчать про те, що математичний апарат теорії рядів є дієвим інструментом аналізу складних інформаційних систем. Його застосування сприяє підвищенню точності прогнозування інформаційних процесів, спрощенню обчислень та дослідженню властивостей мереж різної структури. Перспективним напрямом подальших досліджень є розробка більш складних моделей, які враховуватимуть неоднорідність мережевих зв'язків, зміну активності користувачів у часі та вплив зовнішніх факторів на поширення інформації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика.- Київ : А.С.К., 2011. - 648 с.
2. Фіхтенгольц Г. М. Курс диференціального та інтегрального числення .Т. 3. - Київ : Наукова думка, 2003. 800 с.
3. Newman M. E. J. Networks: An Introduction. Oxford University Press, 2010. 720 с.
4. Daley D. J., Gani J. Epidemic Modelling: An Introduction. Cambridge University Press, 1999. 404 p.
5. Pastor-Satorras R., Vespignani A. Epidemic Spreading in Scale-Free Networks // Physical Review Letters. 2001. Vol. 86. No. 14. P. 3200–3203.

Чуприна Владислав Віталійович, студент першого курсу, факультет електроенергетики та електромеханіки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, direb3@gmail.com

Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна, к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Науковий керівник: Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна - к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Chupryna Vladislav V., first-year student, Faculty of Electrical Power Engineering and Electromechanics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, direb3@gmail.com

Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com

Supervisor: Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V. - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com