

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ЧИСЕЛЬНОГО ІНТЕГРУВАННЯ ДЛЯ ОЦІНКИ ЕНЕРГОВИТРАТ ЛЮДИНИ В РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У доповіді розглядається математична модель та алгоритмічна реалізація підрахунку витрат калорій під час динамічних фізичних навантажень. Проаналізовано недоліки розрахунків за статичними формулами. Запропоновано комплексний підхід, що поєднує кінематичні рівняння, диференціальні моделі серцевого ритму та чисельне інтегрування методом трапецій для підвищення точності фітнес-застосунків.

Ключові слова: чисельне інтегрування, метод трапецій, диференціальні рівняння, фітнес-застосунки, математичне моделювання.

Abstract

The paper considers a mathematical model and algorithmic implementation for calculating calorie expenditure during dynamic physical activity. A comprehensive approach combining kinematic equations, differential models of heart rate, and numerical integration using the trapezoidal rule is proposed to improve the accuracy of fitness applications.

Keywords: numerical integration, trapezoidal rule, differential equations, fitness applications, mathematical modeling.

Вступ

Сучасні системи моніторингу здоров'я переважно використовують статичні скалярні формули для оцінки спалених калорій, ігноруючи динамічну природу фізичних навантажень. Під час реального тренування (біг зі змінним темпом, рух по пересіченій місцевості, подолання перешкод) кінематичні показники неперервно змінюються. Організм людини є складною біомеханічною системою, де витрати енергії залежать не лише від пройденої дистанції, а й від миттєвого прискорення, опору середовища та інерції м'язової маси. Стандартні алгоритми, закладені в базові фітнес-застосунки, переважно розраховують середнє значення активності, що призводить до значних похибок (до 20-30%) у кінцевих результатах, особливо під час високоінтенсивних інтервальних тренувань. Метою даної роботи є застосування математичного апарату для розробки алгоритму, здатного обчислювати енерговитрати з урахуванням інерційності фізіологічних процесів та біомеханіки рухів.

Результати дослідження

Загальна витрата енергії E за проміжок часу T є визначеним інтегралом від миттєвої метаболічної потужності $P(t)$ [2]:

$$E = \int_0^T P(t) dt$$

Функція $P(t)$ не є тривіальною. За основу алгоритму пропонується взяти модифіковане кінематичне рівняння, яке залежить від маси тіла m , миттєвої швидкості $v(t)$ та кута нахилу поверхні $\alpha(t)$.

$$P(t) = m \cdot (C_1 v(t) + C_2 v(t) \sin(\alpha(t)) + P_{rest})$$

де C_1, C_2 – емпіричні константи кисневої вартості (взяті з моделей біомеханіки), P_{rest} – енерговитрати базового метаболізму у стані спокою.

Крім того, для підвищення точності необхідно враховувати серцевий ритм $H(t)$. Оскільки пульс реагує на зміну навантаження із затримкою, його фізіологічна інерційність моделюється лінійним диференціальним рівнянням першого порядку [3]:

$$\tau \frac{dH(t)}{dt} + H(t) = k \cdot P_{mech}(t)$$

де τ – стала часу відновлення серцево-судинної системи, k – коефіцієнт пропорційності, а $P_{mech}(t)$ – механічна потужність навантаження. Розв'язання цього рівняння дозволяє програмному забезпеченню відрізняти реальне метаболічне навантаження від тимчасових стрибків пульсу (наприклад, через психологічний стрес, викид адреналіну або зміну температури навколишнього середовища). Такий математичний фільтр нівелює вплив зовнішніх некінематичних факторів на загальний підрахунок калорій.

Сенсори смарт-пристроїв (GPS, акселерометр) генерують дискретні масиви даних із заданою частотою опитування (наприклад, 1 Гц). Оскільки аналітичне інтегрування хаотичної функції $P(t)$ неможливе, у програмному коді застосовуються методи чисельного інтегрування.

Для мінімізації обчислювальної складності (що критично для мобільних пристроїв з обмеженим зарядом батареї) та збереження високої точності, замість базового методу прямокутників реалізовано метод трапецій:

$$E \approx \sum_{i=1}^{N-1} \frac{P(t_i) + P(t_{i+1})}{2} \Delta t$$

де N – кількість отриманих пакетів даних, Δt – крок часу між вимірюваннями.

Перевага цього методу підтверджується оцінкою його залишкового члена (похибки апроксимації) R_N , яка залежить від другої похідної підінтегральної функції:

$$|R_N| \leq \frac{T}{12} (\Delta t)^2 \max_{t \in [0, T]} |P''(t)|$$

Оскільки частота надходження даних становить 1 Гц, значення $\Delta t = 1$ с є достатньо малим. Квадратична залежність похибки від кроку $(\Delta t)^2$ гарантує алгоритмічну точність порядку $O((\Delta t)^2)$, що нівелює похибку розрахунків порівняно з інструментальною похибкою самих GPS-датчиків [4].

Додатковою перевагою обраного методу трапецій є його просторова складність $O(1)$. Алгоритм не потребує збереження всього масиву зчитаних кінематичних даних в оперативній пам'яті смартфона або годинника. На кожній ітерації циклу програмі достатньо тримати в пам'яті лише поточне та попереднє значення функції, що суттєво економить апаратні ресурси пристрою під час багатогодинних марафонів або походів.

Висновки

Програмна реалізація алгоритмів підрахунку калорій на основі чисельного інтегрування та диференціальних рівнянь демонструє суттєву перевагу над статичними моделями. Перехід від абстрактного математичного аналізу до дискретних ітеративних алгоритмів дозволяє розробляти високоточне програмне забезпечення для фітнес-індустрії. Використання методу трапецій забезпечує оптимальний баланс між точністю обчислень та навантаженням на процесор мобільного пристрою. Запропонований комплексний підхід відкриває перспективи для створення нового покоління енергоефективних застосунків, які не просто фіксують переміщення у просторі, а глибоко аналізують біомеханіку та фізіологію користувача.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Хусаїнов Д. Я. Диференціальні рівняння: підручник / Д. Я. Хусаїнов, А. В. Шатирко. – К. : ВПЦ «Київський університет», 2023 – 410 с.
2. McArdle W. D., Katch F. I., Katch V. L. Exercise Physiology: Nutrition, Energy, and Human Performance. – 8th ed. – Lippincott Williams & Wilkins, 2014. – 1088 p.
3. Patel M. S., Asch D. A., Volpp K. G. Wearable devices as facilitators, not drivers, of health behavior change // JAMA. – 2015. – Vol. 313, No. 5. – P. 459-460
4. Michael R. King, Nipa A. Mody Numerical and Statistical Methods for Bioengineering : Applications in MATLAB. Cambridge Texts in Biomedical Engineering. – Cambridge University Press, 2010. – 594 p.

Коваль Олександр Дмитрович – студент групи 2ПІ-25Б, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: oleksandr.kov.dm@gmail.com

Прозор Олена Петрівна – к.пед.н., доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, email: prozor@vntu.edu.ua

Koval Oleksandr D. – Faculty of Information Technology and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: oleksandr.kov.dm@gmail.com

Prozor Olena P. – PhD (in Pedagogical Sciences), Docent, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: prozor@vntu.edu.ua