

ЗАСТОСУВАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ПРИКЛАДУ З ТИПОВОГО РОЗРАХУНКУ ПО ТЕМІ “ІНТЕГРУВАННЯ ЧАСТИНАМИ”

Вінницький національний технічний університет

Анотація.

Розглянуто можливість використання технологій штучного інтелекту (ШІ) для вирішення задач з інтегрування частинами. Для виконання роботи було використано наукову літературу, інтернет джерела та програмне забезпечення таке як Chat GPT та Claude

Ключові слова: інтегрування частинами, штучний інтелект, система комп'ютерної математики, Maple

Abstract.

The possibility of using artificial intelligence (AI) technologies to solve problems with integration by parts is considered. To carry out the work, scientific literature, internet sources, and software such as Chat GPT and Claude were used.

Keywords: integration by parts, artificial intelligence, computer mathematics system, Maple

Вступ

Штучний інтелект - новаторська галузь комп'ютерних наук, покликана створювати системи, наділені здатністю виконувати завдання, що вимагають людського інтелекту. Сприйняття інформації, навчання, міркування, вирішення проблем та ухвалення необхідних рішень [1 - 8].

Метою роботи є адаптування використання ШІ на базі Chat GPT та Claude для вирішення задач з типового розрахунку по темі інтегрування частинами.

Результати дослідження

Почати варто було б з пояснення що собою являє ШІ та його можливості, переваги і недоліки. Штучний інтелект (ШІ) - це галузь комп'ютерних наук, що займається розробкою систем і алгоритмів, здатних виконувати завдання, які зазвичай вимагають людського розуму, таких як сприйняття, навчання, міркування, вирішення проблем та прийняття рішень.

Різноманітні підходи використовуються для досягнення цієї мети, серед них - машинне навчання, нейронні мережі, обробка природної мови, експертні системи, робототехніка та інші. Основна мета - створити комп'ютерні системи, здатні мислити та діяти на рівні людини, а в певних сферах - навіть перевершити людські можливості.

Отже, штучний інтелект - надзвичайно цікава і перспективна галузь, що відкриває нові горизонти можливостей, проте й ставить нові виклики перед людством.

Основною частиною розв'язання задач інтегрування частинами за допомогою ШІ є правильна побудова питання, так як через свою недосконалість, сервіс може іноді не коректно підготувати рішення для поставленого йому завдання, це стосується будь-яких запитів.

Розберемось що ж це за метод інтегрування частинами та в чому полягає 1 його правило для знаходження інтегралів, адже приклад у мене розв'язаний із його використанням.

Інтегруванням частинами називається зведення заданого інтеграла $\int u dv$ до інтеграла $\int v du$ за допомогою формули

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du . \quad (1)$$

Такий метод доцільно використовувати, коли під знаком інтегралу є добуток двох функцій, кожна з яких не є похідною іншої і/або коли $\int v du$ знаходиться простіше, ніж $\int u dv$. В якості u вибирається

функція, що спрощується диференціюванням, а в якості dv – решта підінтегрального виразу, що містить dx , і з якого можна визначити v шляхом інтегрування.

Правило 1. Для інтегралів виду:

$$\int P_n(x) \sin ax dx; \int P_n(x) \cos ax dx; \int P_n(x) e^{ax} dx; \int P_n(x) a^{bx} dx.$$

Вид інтегралу	u	dv
$\int P_n(x) \begin{cases} e^{ax} \\ \sin \beta x \\ \cos \beta x \\ a^{bx} \end{cases} dx$	$P_n(x)$, де $P_n(x)$ – многочлен n -го степеня	$dv = \begin{cases} e^{ax} \\ \sin \beta x \\ \cos \beta x \\ a^{bx} \end{cases} dx$ тобто усе, що залишилося під знаком інтеграла

Рис. 1 – Правило 1 інтегрування частинами

Для дослідження була обрана задача, яку по черзі маємо вирішити відповідно до стандартного алгоритму інтегрування частинами, а потім із використанням Chat GPT та Claude.

Відповідно до стандартного алгоритму інтегрування частинами обчислимо інтеграл

$$\int x^2 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx.$$

Виконувати розв’язок даного прикладу ми будемо за допомогою формули (1).

Позначимо $u = x^2$, $dv = \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$.

Знайдемо $du = d(x^2) = (x^2)' dx = 2x dx$, $v = \int dv = 3 \cdot \int \cos\left(\frac{x}{3}\right) d\left(\frac{x}{3}\right) = 3 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$.

Підставимо в формулу (1):

$$\int x^2 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx = x^2 \cdot 3 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) - \int 3 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) \cdot 2x dx = 3 \cdot x^2 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) - 6 \cdot \int x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx. \quad (2)$$

Ми прийшли до інтеграла $\int x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$, в якого степінь x на одиницю нижчий, ніж в умові.

Щоб позбутися множника x , ще раз застосуємо формулу (1) до інтеграла $\int x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$.

Позначимо $u = x$, $dv = \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$.

Знайдемо $du = dx$, $v = \int dv = 3 \cdot \int \sin\left(\frac{x}{3}\right) d\left(\frac{x}{3}\right) = -3 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right)$.

Підставимо в формулу (1):


$$\begin{aligned} \int x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx &= -x \cdot 3 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) - \int -3 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx = \\ &= -3 \cdot x \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 9 \cdot \int \cos\left(\frac{x}{3}\right) d\left(\frac{x}{3}\right) = -3 \cdot x \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 9 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right). \end{aligned}$$


Зведений вираз для $\int x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$ підставимо в отриману формулу (2)

$$\int x^2 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx = 3 \cdot x^2 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) - 6 \cdot \left(-3 \cdot x \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 9 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)\right) + C =$$

$$= 3 \cdot x^2 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) + 18 \cdot x \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) - 54 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) + C.$$

Ось, як із цією ж задачею впорався Chat GPT

 Ви
Допоможи будь ласка
 $\int x^2 \cos \frac{x}{3} dx =$

 ChatGPT
Звичайно, я з радістю допоможу! Щоб інтегрувати функцію $\int x^2 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$, використаємо інтегрування за частинами.

Запишемо $u = x^2, dv = \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$.

Тоді
 $du = 2x dx$
 $v = 3 \sin\left(\frac{x}{3}\right)$

Застосуємо формулу інтегрування за частинами:
 $\int u dv = uv - \int v du$

$$\int x^2 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx = x^2 \cdot 3 \sin\left(\frac{x}{3}\right) - \int 3 \sin\left(\frac{x}{3}\right) \cdot 2x dx$$

$$= 3x^2 \sin\left(\frac{x}{3}\right) - 6 \int x \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

Тепер використаємо ще одне інтегрування за частинами для останнього члена. Позначимо $u = x$ і $dv = \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$:

$$du = dx$$

$$v = -3 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$$

Застосуємо формулу інтегрування за частинами ще раз:
 $\int u dv = uv - \int v du$

$$\int x \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx = -3x \cos\left(\frac{x}{3}\right) - \int (-3 \cos\left(\frac{x}{3}\right)) dx$$

$$= -3x \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 9 \int \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

$$= -3x \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 27 \sin\left(\frac{x}{3}\right) + C$$

Тепер підставимо знайдені значення у вихідний вираз:
 $3x^2 \sin\left(\frac{x}{3}\right) - 6(-3x \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 27 \sin\left(\frac{x}{3}\right)) + C$

$$= 3x^2 \sin\left(\frac{x}{3}\right) + 18x \cos\left(\frac{x}{3}\right) - 162 \sin\left(\frac{x}{3}\right) + C$$

Отже, після інтегрування функції $\int x^2 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$ отримуємо:
 $3x^2 \sin\left(\frac{x}{3}\right) + 18x \cos\left(\frac{x}{3}\right) - 162 \sin\left(\frac{x}{3}\right) + C$





   

Рис 2 – Розв'язок від Chat GPT

Це невизначений інтегральний вираз, що містить добуток x^2 , косинус $(x/3)$ та dx .

Щоб обчислити цей невизначений інтеграл, ми можемо застосувати метод заміни змінної або знайти розв'язок у таблиці інтегралів.

Зробимо заміну $u = x/3$. Тоді $du = (1/3)dx$.

Підставляючи ці значення у вихідний інтеграл, отримуємо:

$$\int x^2 \cos(x/3) dx = \int (3u)^2 \cos(u) * 3 du$$

$$= 9 \int u^2 \cos(u) du$$

З таблиці інтегралів відомо, що $\int u^2 \cos(u) du = u^2 \sin(u) + 2u \cos(u) + C$

Підставляючи назад $u = x/3$, розв'язок буде:

$$\int x^2 \cos(x/3) dx = (9/3) * [(x/3)^2 \sin(x/3) + (2x/3) \cos(x/3)] + C$$



$$= 3x^2 \sin(x/3) + 2x \cos(x/3) + C$$

Де C - довільна стала інтегрування.

Отже, розв'язком невизначеного інтегралу є: $3x^2 \sin(x/3) + 2x \cos(x/3) + C$

Рис 3. Розв'язок від Claude

Також за допомогою ШІ можна не тільки розв'язувати певні задачі, а і отримувати код для вирішення прикладів для різних систем комп'ютерної математики. На даному прикладі ми розглянемо, як Chat GPT напише код для програми в СКМ Maple.

-  You
Розв'яжи мені цей інтеграл $\int x^2 \times \cos(x/3) dx$ використовуючи команди програми maple.
-  ChatGPT
Звичайно, ось розв'язання цього інтегралу за допомогою Maple:

```

c Copy code
int(x^2*cos(x/3), x);

```

Цей код обчислює інтеграл без використання пакетів, просто використовуючи вбудовану функціональність Maple.

Рис 4 – Код з ШІ для вирішення прикладу в СКМ Maple.

Висновки

Щодо використання штучного інтелекту для вирішення задач з інтегрування частинами можна підсумувати наступне:

1. Продемонстрований приклад показує, що системи штучного інтелекту, здатні надавати детальні крок-за-кроком роз'яснення для обчислення інтегралів методом інтегрування частинами. Це може бути корисним інструментом для студентів, викладачів та дослідників, допомагаючи їм краще зрозуміти процес інтегрування. Але слід не забувати про те, що хоч і ШІ дає швидкий розв'язок, але він зазвичай не зовсім правильний. Якість штучного інтелекту залежить від даних, на яких він був навчений, також варто розуміти, що штучний інтелект, який існує у вільному доступі не гарантовано правильний та не надає всіх функцій для вирішення математичних задач.

2. Якщо ж порівнювати отриманий розв'язок та розв'язок III, то вони значно відрізняються один від одного. В даній роботі намагалися розписати все покроково та дотримуватися відомого алгоритму розв'язання даного типу задач, а от Chat GPT та Claude діяли по своїм вбудованим алгоритмам, навіть при однаковому методі розв'язання відповіді не співпадають. Використані штучні інтелекти для швидкого розв'язання значно спростили свої розв'язки, не гарантуючи їх правильність. Тому не варто покладатися на використання будь-яких штучних інтелектів при вирішенні прикладів, краще розв'язувати завдання по правилах або за допомогою спеціальної програм, наприклад СКМ Maple.

3. Порівнюючи розв'язки двох різних штучних інтелектів Chat GPT та Claude, можна сказати, що вони цілком і повністю відрізняються, бо мають різні запрограмовані набори команд та можуть мати різний підхід до вирішення математичних задач. Вибір між двома III буде залежати від потреб користувача та від його запиту. Очевидно, що Claude має зовсім інший алгоритм розв'язання прикладу методом інтегрування частинами, тому що вирішило його без загальних формул та без певного правила, в той час, як Chat GPT хоч і написав не правильну відповідь, але вказав правильний алгоритм та краще розписав саме рішення.

4. Також, як ми вже вияснили, Chat GPT може надавати не тільки рішення прикладу, а й команди для вирішення задач в СКМ Maple, але знову ж такі всі команди слід перевіряти вручну, бо III може генерувати не тільки конкретні команди, а і помилкові.

5. Інтеграція штучного інтелекту в математичну освіту та дослідження може допомогти підвищити ефективність навчання, полегшити вирішення складних задач і відкрити нові можливості для розвитку цієї галузі. В цілому, III може бути корисним інструментом для інтегрування частинами, але його потрібно використовувати з обережністю та критично оцінювати його результати, перевіряючи їх на правильність спеціальними програмами або вручну.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Довгай В. В. Інтегральне числення функції однієї змінної [Електронний ресурс] / В.В. Довгай, А.Ф. Мельник // Київ 2011 р. - Електрон. текст. дані. - 2011. - Режим доступу : https://mph.kpi.ua/assets/img/books/ZF/1_Dovgai_V.V._Melnik_A.F._Integralne_chislennja_funkcii_odnijeji_zminnoji.pdf
2. Метод інтегрування частинами [Електронний ресурс] - Режим доступу: <https://studfile.net/preview/5283759/page:12/>
3. Штучний інтелект Claude [Електронний ресурс] - Режим доступу: <https://claude.ai/chats>
4. Штучний інтелект Chat GPT [Електронний ресурс] - Режим доступу: <https://chatgpt.com>
5. Михалевич В. М. Навчально-контролюючий Maple — комплекс з вищої математики / В. М. Михалевич // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2004. — № 1. — С. 74–78.
6. Михалевич В. М. Фрагменти електронних освітніх ресурсів з функції двох змінних в середовищі СКМ Maple / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Я. В. Крупський // Збірник наукових праць за матеріалами дистанційної всеукраїнської наукової конференції «Математика у технічному університеті XXI сторіччя», 15 – 16 травня, 2017 р., Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ. – Краматорськ : ДДМА, 2017. – С. 20-22.
7. Добранюк Ю. В. Застосування системи комп'ютерної математики Maple для побудови 2D областей в задачах обчислення площі фігур / Ю. В. Добранюк, А. В. Василич, В. В. Грибик // Матеріали LI науково-технічної конференції підрозділів ВНТУ, Вінниця, 16-18 березня 2022 р. – Електрон. текст. дані. – 2022. – Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2022/paper/view/15848/13315>.
8. Добранюк Ю. В. Застосування системи комп'ютерної математики Maple для обчислення площі фігури, яка обмежена колом та розташована поза кардіоїдою [Електронний ресурс] / Ю. В. Добранюк, Б. В. Маліцький, Я. О. Глеба // Матеріали III Міжнародної науково-методичної Інтернет-конференції «Проблеми вищої математичної освіти: виклики сучасності», Вінниця, 20-22 червня 2022 р. – 6 с. – Електрон. текст. дані. – 2022. – Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/pmovc22/paper/viewFile/16248/13686>.

Добранюк Юрій Володимирович — кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: dobranyuk@vntu.edu.ua.

Удуденко Єлизавета Вікторівна — студентка групи БМ-23б, Факультет будівництва цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: ududenkoliza07@gmail.com.

Dobranyiuk Yurii V. — Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of Department of Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: dobranyuk@vntu.edu.ua.

Ududenko Elizaveta V. — student of group BM-21b, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: ududenkoliza07@gmail.com.