

## ПРАКТИЧНА ІНТЕГРАЦІЯ СУЧАСНИХ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ У МАТЕМАТИЧНУ ОСВІТУ

Вінницький національний технічний університет

### Анотація

У роботі проаналізовано та узагальнено за основними характеристиками існуючі системи комп'ютерної математики (СКМ), які можуть бути використані для викладання дисциплін математичного спрямування у закладах вищої освіти, а також змодельовано низку випадків їхнього застосування в умовах аудиторного та дистанційного навчання.

**Ключові слова:** математична освіта, інформаційні технології, дистанційне навчання, СКМ, модель.

### Abstract

*The paper analyzes and summarizes the main characteristics of the existing computer mathematics systems (CAS), which can be used for teaching mathematics disciplines in higher education institutions, and also modelling a number of cases of their application in the conditions of classroom and distance learning.*

**Keywords:** mathematical education, information technologies, distance studying, CAS, model.

### Вступ

Поступова та послідовна інформатизація усіх сфер людської діяльності має на меті спрощення та вдосконалення механізму опанування та реалізації людиною будь-якої з галузей знань, зокрема, вивчення математики. Це змушує педагогів переглядати та видозмінювати методики викладання математики, інтегруючи у цей процес інноваційні досягнення – наразі ними є системи комп'ютерної математики (наприклад, Maple, MATLAB).

**Метою роботи** є аналітичний огляд існуючих систем комп'ютерної математики та їхнє узагальнення за низкою основних характеристик (локалізація, спеціалізація тощо), а також моделювання на цій основі типових прикладів застосування систем комп'ютерної математики при викладанні дисциплін математичного спрямування.

### Результати дослідження

Система комп'ютерної математики (СКМ; в англомовній інтерпретації – computer algebra system, тобто, комп'ютеризовані системи алгебри) як засоби інформатики мають за мету здійснювати обчислення математичних та похідних від них задач, керуючись попередньо запрограмованим алгоритмом, який узгоджено з поняттями та засобами математики [2, с. 9]. Обов'язковим елементом СКМ є наявність коректного інтерфейсу користувача, який дозволяє йому задавати системі завдання за допомогою спеціальних засобів введення та отримувати від неї результат. СКМ може мати як WEB-реалізацію, так і бути пакетом прикладних програм.

Широкий спектр математичних задач логічним чином обумовлює їхній поділ на дві основні групи: спеціалізовані та загального призначення [2, с. 11].

До спеціалізованих СКМ належать ті засоби комп'ютерної алгебри, які своїм призначенням мають обчислення та вирішення задач з одного або суміжних розділів математики – наприклад, для теорії чисел або диференційних рівнянь. До СКМ загального призначення належать ті системи, які можуть вирішувати завдання з усього спектру математики та їхніх похідних зі суміжних галузей знань – фізики, хімії, інженерії тощо.

У країнах Західної Європи та у США найбільш поширеною СКМ є Mathematica – пакет прикладних програм виробництва американської компанії Wolfram Research [21]. Версію 1.0 цієї СКМ було реалізовано у 1988 р [7]. Mathematica написана особливою мовою програмування – Wolfram Language, а також із використанням засобів мов програмування C/C++ та Java. Інтерфейс програми влаштовано таким чином, щоб користувач міг послідовно вводити запит та отримувати

необхідний йому результат в одному вікні програми. Слід зауважити, що пакет програм Mathematica небезкоштовний, проте, Wolfram Research надає студентам американських та європейських вищих навчальних закладів знижку до 98% на купівлю їхніх ресурсів.

В Україні популярністю користуються такі СКМ, як Maple, Mathcad та MATLAB та Mathematica. Причиною того, чому саме ці ресурси стали основними може бути те, що зазначені програми мають зрозумілу локалізацію, зручний інтерфейс, чим і може обумовлюватися їхнє стрімке поширення в академічних установах на межі XX-XXI ст.

У країнах «першого світу», загалом, більш ранній, у порівнянні з країнами Східної Європи, перехід до інтеграції досягнень науково-технічної революції (НТР) у всі сфери людської діяльності відчутний навіть на сторінках посібників для вивчення математики: зокрема, у посібнику «Further Mathematics. Core Pure Mathematics Book 1/AS» та ряду посібників «Pearson Pure Mathematics 1, 2, 3 & 1» викладення матеріалу йде у розрізі його засвоєння з використанням онлайн-середовища GeoGebra [5; 17; 18; 19; 20]. У «Further Mathematics: Further Pure Mathematics 1» викладення матеріалу супроводжується зауваженням «Technology note», де подано алгоритм вирішення завдання з використанням ресурсів СКМ [10]. На сторінках ряду посібників «Cambridge Pure Mathematics 1, 2 & 3» можна побачити нотатку «Web Link», де вказано назву онлайн-ресурсу, який може стати у нагоді при засвоєнні вивченого матеріалу [15; 16]. Посібник «Precalculus» має розділ, присвячений рекламі WileyPLUS – ресурсу для облаштування повноформатної онлайн-взаємодії викладача й студентів та отримання останніми доступу до необхідних для вивчення дисципліни друкованих ресурсів в електронному вигляді [6].

В Україні, натомість, більшість математичних інтерактивних посібників присвячені взаємодії з найтипівішими програмами – Maple, Mathcad та MATLAB. У посібниках найдоступнішим чином розкриваються основи роботи з переліченими СКМ, проте, слід зауважити, що виклад матеріалу та його комп'ютеризована реалізація переважно розкривається у контексті теми посібника, тобто, матеріал має спеціалізований характер [1; 3]. Не в останню чергу це обумовлюється або суцільною, або частковою відсутністю ліцензій в університетів та інших академічних установ на використання СКМ та поширення цих ліцензій серед здобувачів освіти на термін їхнього навчання. Проте хочеться відмітити, що у роботі [1] крім теоретичних відомостей, що відповідають навчальній програмі з курсу вищої математики, розглянуто велику кількість прикладів з докладним поясненням способів їх розв'язання як традиційними методами, так і з використанням системи комп'ютерної математики Maple і, в першу чергу, авторських навчальних Maple-тренажерів.

У представленій нижче таблиці 1 наведемо порівняльну характеристику найпоширеніших СКМ [8; 9; 11; 12; 13; 14; 21].

Таблиця 1

**Порівняльна характеристика найпоширеніших СКМ**

	Maple	Mathcad	MATLAB	Mathematica	GeoGebra	Magma	Fermat
Загальність призначення	+	+	+	+	+	– (теорія груп)	– (лінійна алгебра)
WEB-основа	–	–	–	–	+	–	–
Вартість ліцензії (для звичайних споживачів)	2390 дол. США	1600 дол. США	3150 дол. США	2495 дол. США	Безкоштовно	Безкоштовно	Безкоштовно
Вартість ліцензії (для студентів)	99 дол. США	105 дол. США	99 дол. США	140 дол. США	Безкоштовно	Безкоштовно	Безкоштовно
Локалізація (англійською мовою)	+	+	+	+	+	+	+

Локалізація (українською мовою)	–	–	–	–	+	–	–
Стандартний інтерфейс (миттєве введення-виведення)	+	+	+	+	+	+	+

Розглянемо інтеграцію в освітній процес описаних СКМ, зокрема СКМ Maple, на прикладі дисципліни «Вища математика», що викладається у ВНТУ.

Курс цієї дисципліни, для переважної більшості спеціальностей, розраховано на три семестри, що забезпечує оволодіння студентами математичним апаратом такого рівня, що дозволяє вільно вирішувати професійні задачі [4]. Робочими програмами для деяких спеціальностей передбачено можливість використання засобів СКМ на лекціях та практичних заняттях. Крім того на кафедрі організовано гурток «Використання СКМ для розв'язування математичних задач» для охочих студентів, магістрів та аспірантів ВНТУ.

В умовах аудиторного проведення лекцій та практичних заняттях, викладач має змогу подавати студентам матеріал із використанням спеціалізованих засобів – проектора та ноутбука (комп'ютера), на яких попередньо було встановлено СКМ Maple. У такому разі викладач має змогу підтверджувати свої теоретичні тези, або ж правильність обрахованих вручну прикладів комп'ютеризованими обрахунками СКМ Maple, що також дозволяє викладачеві, зберігши розглянуті на лекції/практичному занятті приклади у файлі з розширенням СКМ Maple, поширити його серед студентів за допомогою університетської системи дистанційного навчання (JetIQ), або ж іншим чином (у месенджерах), завдяки чому кожен студент матиме постійний доступ до розглянутих прикладів.

Також, розповівши студентам основи роботи з СКМ Maple та надавши відповідну літературу, викладач може практикувати такий вид контролю, як вирішення студентом певної математичної задачі з використанням СКМ Maple на аудиторній апаратурі, а також давати індивідуальне завдання (типовий розрахунок) на вирішення з використанням СКМ Maple, що зменшить витрати паперу (на чорновик/чистовик) та інших матеріалів для письма, а також скоротить час викладача, необхідний для перевірки цього завдання.

В умовах дистанційного навчання, питання використання СКМ Maple набуває ще більшого практичного значення: проведення занять через Google Meet дозволяє його учасникам, демонструючи екран, вирішувати математичні проблеми на своєму ПК із використанням засобів СКМ Maple, що уніфікує систему практичної взаємодії між викладачем та студентами, виключаючи такі методи, як написання інформації на онлайн-дошці з використанням комп'ютерної мишки.

### Висновок

Отже, у роботі було проведено аналітичний огляд існуючих СКМ та їхньої супровідної літератури, основні результати якого було узагальнено шляхом порівняння найпоширеніших наразі систем комп'ютерної математики за низкою характеристик. Також було змодельовано випадки практичної інтеграції СКМ Maple у процес викладання дисциплін математичного спрямування та вказано основні переваги цього методу.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М., Тютюнник О. І. Вища математика з Maple підтримкою. Теорія рядів. Ч. 1. Числові ряди : електронний навчальний посібник комбінованого (локального та мережного) використання [Електронний ресурс] . – Вінниця : ВНТУ, 2023. – 110 с.
2. Кравченко І. В., Микитенко В. І. Інформаційні технології: Системи комп'ютерної математики : навчальний посібник. Київ: Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського, 2018. 243 с.
3. Найко Д. А., Краєвський В. О., Коломієць А. А. Вища математика: Лінійна алгебра : навчальний посібник. Вінниця : Вінницький національний технічний університет, 2019. 111 с.
4. Силабус дисципліни «Вища математика» для студентів спеціальності 163 ВНТУ. URL: [https://iq.vntu.edu.ua/method/getfile.php?fname=122862.pdf&x=1&card\\_id=69337&id=122862](https://iq.vntu.edu.ua/method/getfile.php?fname=122862.pdf&x=1&card_id=69337&id=122862)

5. Attwood G., Barraclough J., Bettison I., Cope L., Cox C.G. Further Mathematics. Core Pure Mathematics Book 1/AS. Edexcel AS and A level. Pearson Education. 2017. 256 p.
6. Axler S. Precalculus: A Prelude to Calculus. Wiley. 2012. 647 p.
7. Celebrating Mathematica's First Quarter Century. URL: <https://writings.stephenwolfram.com/2013/06/celebrating-mathematicas-first-quarter-century/>
8. Fermat. URL: <https://home.bway.net/lewis/>
9. Geogebra. URL: <https://www.geogebra.org>
10. Goldie S., Jewell R. Further Mathematics: Further Pure Mathematics 1. Cambridge International AS & A Level. Cambridge University Press. 2018. 208 p.
11. Magma. URL: <http://magma.maths.usyd.edu.au/magma/>
12. Maple. URL: <https://www.maplesoft.com/products/Maple/>
13. Mathcad. URL: <https://www.mathcad.com/en/>
14. MATLAB. URL: <https://uk.mathworks.com/products/matlab.html>
15. Pemberton S., Gilbey J. Pure Mathematics 1. Cambridge International AS & A Level. Cambridge University Press. 2018. 336 p.
16. Pemberton S., Hughes J., Gilbey J. Pure Mathematics 2 & 3. Cambridge International AS & A Level. Cambridge University Press. 2018. 368 p.
17. Skrakowski J., Smith H. Pure Mathematics 1. Edexcel International A level. Pearson Education. 2018. 240 p.
18. Skrakowski J., Smith H. Pure Mathematics 2. Edexcel International A level. Pearson Education. 2018. 256 p.
19. Skrakowski J., Smith H. Pure Mathematics 3. Edexcel International A level. Pearson Education. 2019. 256 p.
20. Skrakowski J., Smith H. Pure Mathematics 4. Edexcel International A level. Pearson Education. 2019. 256 p.
21. Wolfram Mathematica. URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/>

**Гончар Богдан Віталійович** – студент групи БМІ-22б, факультет інформаційних електронних систем, Вінницький національний технічний університет, e-mail: [bogdgonchar@gmail.com](mailto:bogdgonchar@gmail.com)

**Оксана Іванівна Тютюнник** – к. пед. н., доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, e-mail: [tutunnik.oksana@gmail.com](mailto:tutunnik.oksana@gmail.com)

**Bogdan Honchar** – student of Faculty of Information Electronic Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [bogdgonchar@gmail.com](mailto:bogdgonchar@gmail.com)

**Oksana Tiutiunnyk** – PhD (in Pedagogical Sciences), Docent, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, e-mail: [tutunnik.oksana@gmail.com](mailto:tutunnik.oksana@gmail.com)