

## СПІВСТАВЛЕННЯ ЕМПІРИЧНОГО КРИТЕРІЯ РУЙНУВАННЯ З ТЕОРІЄЮ ПІДСУМОВУВАННЯ ПОШКОДЖЕНЬ

Вінницький національний аграрний університет<sup>1</sup>, Вінницький національний технічний університет<sup>2</sup>

### Анотація

Розглянуто відомий емпіричний критерій руйнування макрочастинок матеріалу вільної бічної поверхні циліндричного зразка під час його торцевого стиснення. Показано, що за умов пластичного деформування з бочкоутворенням існує точка досягнення граничного стану - точка перетину траєкторії деформацій в координатах осьової та колової деформацій з прямою, що відображає емпіричний критерій руйнування. Обґрунтовано доцільність аналітичного та числового дослідження за теорією підсумовування пошкоджень у порівнянні з емпіричним критерієм руйнування.

**Ключові слова:** осьова та колова компоненти пластичної деформації, диференціальне рівняння, вільна бічна поверхня, теорія підсумовування пошкоджень, емпіричний критерій.

### Abstract

The known empirical criterion for the destruction of macroparticles of the material of the free side surface of a cylindrical sample during its end compression is considered. It is shown that under the conditions of plastic deformation with barrel formation, there is a point of reaching the limit state - the point of intersection of the trajectory of deformations in the coordinates of axial and circular deformations with a straight line, which reflects the empirical criterion of destruction. The expediency of the analytical and numerical research based on the theory of damage summation in comparison with the empirical criterion of destruction is substantiated.

**Keywords:** axial and circular components of plastic deformation, differential equation, free lateral surface, damage summation theory, empirical criterion.

### Вступ

В [1] на основі даних Kudo Н, Aoi К. та власних експериментальних досліджень підтверджується емпіричний критерій руйнування

$$\varepsilon_{z^*} = -2 \cdot \varepsilon_{\varphi^*} + C, \quad C > 0, \quad (1)$$

де  $\varepsilon_z$ ,  $\varepsilon_\varphi$  - осьова та колова компоненти пластичної деформації на вільній бічній поверхні циліндричного зразка під час його торцевого стиснення;  $C$  - матеріальна стала.

Авторами [1] зауважується, що залежність між осьовою та коловою компонентами пластичної деформації визначається початковим відношенням висоти циліндричного зразка до його діаметра, а також умовами тертя на торцях зразка. Стверджується, що експерименти на різних матеріалах свідчать: граничний стан матеріалу досягається за умови (1), незалежно від початкового відношення висоти циліндричного зразка до його діаметра, а також умов тертя на торцях зразка.

Авторами [2, 3, 4] показано, що залежність між осьовою  $\varepsilon_z$  та коловою  $\varepsilon_\varphi$  компонентами пластичної деформації

$$\varepsilon_z = f(\varepsilon_\varphi) \quad (2)$$

може бути описана різними аналітичними співвідношеннями. Одно- та двапараметричні співвідношення такого типу побудовані на основі конструювання диференціальних рівнянь першого порядку. Ефективність використання диференціальних рівнянь обумовлюється зручністю врахування низки умов механіки пластичного деформування, що дає можливість зменшити кількість параметрів відповідного аналітичного співвідношення без втрати, або, навіть, з підвищенням точності визначення напружено-деформованого стану матеріалу заготовки за відомими методиками. Параметри залежності (2) визначаються на основі експериментальних даних і суттєво залежать від початкового відношення висоти циліндричного зразка до його діаметра, а також умов тертя на торцях зразка.

Метою роботи є співставлення емпіричного критерію руйнування з теорією підсумовування пошкоджень.

### Результати дослідження

Процес пластичного деформування супроводжується монотонним збільшенням величин осьової  $\varepsilon_z$  та колової  $\varepsilon_\varphi$  компонент пластичної деформації, отже використання співвідношення (1) для прогнозування граничного стану матеріалу вільної бічної поверхні циліндричного зразка під час його торцевого стиснення є вельми простим: руйнування відбувається в момент перетину траєкторією (2) прямої (1), що проілюстровано на рис. 1.

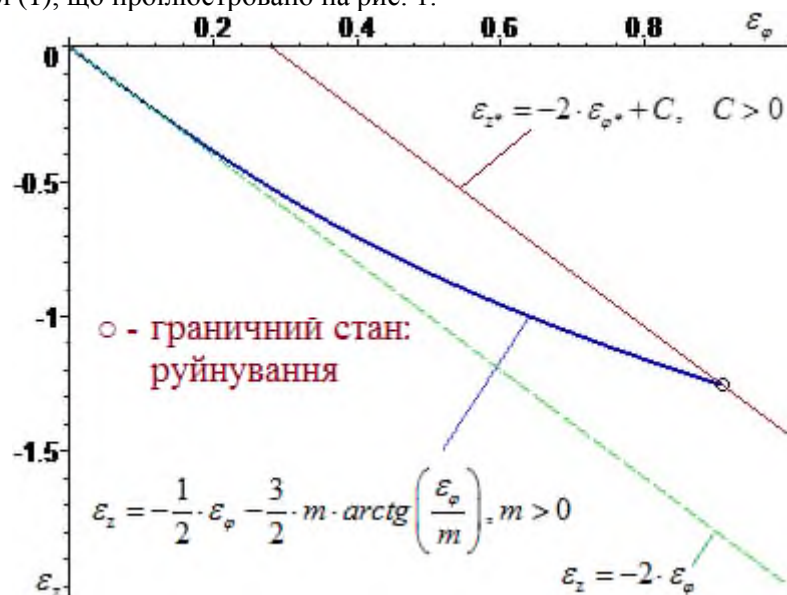


Рис. 1. Емпіричний критерій граничного стану та траєкторія деформацій макрочастинок матеріалу вільної бічної поверхні циліндричного зразка під час його торцевого стиснення до руйнування

Ефективним аналітичним представленням траєкторії деформацій макрочастинок матеріалу вільної бічної поверхні циліндричного зразка під час його торцевого стиснення є вираз, що отриманий на основі диференціального рівняння [2, 3]

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_\varphi - \frac{3}{2} \cdot m \cdot \arctg\left(\frac{\varepsilon_\varphi}{m}\right), m > 0, \quad (3)$$

При  $m \rightarrow \infty$  співвідношення (3) вироджується в пряму паралельну до емпіричного критерію (1), отже, очевидно, що для будь-яких траєкторій деформацій, що описуються виразом (3) з додатним скінченним значенням параметра  $m$ , існує точка досягнення граничного стану - точка перетину з прямою (1). Зменшення значення параметра  $m$ , відображує умови більш інтенсивного бочкоутворення під час торцевого стиснення циліндричних зразків.

Для визначення граничного стану або ж граничної пластичної деформації за допомогою теорії підсумовування пошкоджень, необхідно використати модель деформованості, що в свою чергу складається з моделі підсумовування пошкоджень, моделі граничних деформацій під час стаціонарного деформування та моделі траєкторії деформацій.

Численні варіанти подібних моделей побудовано в [2, 3, 4, 5]. Зауважимо, що в [1], як і в інших численних та високоцитованих працях вказаних авторів, наведено лише окремі компоненти моделей деформованості.

Можна припустити, що аналітичні та числові дослідження моделей деформованості нададуть можливість з'ясувати умови, за яких прогнозування граничного стану за емпіричним критерієм співпадає з аналогічними результатами за теорією підсумовування пошкоджень.

### Висновки

Результати співставлення теорії підсумовування пошкоджень з емпіричним критерієм руйнування матеріалу вільної бічної поверхні циліндричного зразка під час його торцевого стиснення показали простоту використання емпіричного критерію. Додаткові аналітичні та числові дослідження моделей деформованості нададуть можливість визначити межі застосування емпіричного критерію.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Bao Y., Wierzbicki T.: On the cut-off value of negative triaxiality for fracture. *Engineering Fracture Mechanics* 72, 2005, 1049–1069, <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2004.07.011>.
2. Mikhalevich V. M., Lebedev A. A., Dobranyuk Yu. V.: Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression. *Strength of Materials Volume 43, Number 6, 2011*, 591–603, DOI: 10.1007/s11223-011-9332-7.
3. Михалевич В. М. Моделювання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с. ISBN 978-966-641-532-8.
4. Михалевич В. М. Дослідження процесів штампування обкочуванням за рахунок аналізу моделювання деформованості матеріалу заготовок / В. М. Михалевич, А. А. Штуць, М. А. Колісник// *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. – Вінниця: ВНАУ – 2023. № 3 (122). С. 22-34. DOI: 10.37128/2520-6168-2023-3-3
5. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень. Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. 1998. 195 с.

**Колісник Микола Анатолійович** — асистент кафедри «Електроенергетики, електротехніки та електромеханіки», Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [kolisnik30@gmail.com](mailto:kolisnik30@gmail.com)

**Михалевич Володимир Маркусович**— д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [mykhalevych@vntu.edu.ua](mailto:mykhalevych@vntu.edu.ua)

**Штуць Андрій Анатолійович** – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри «Електроенергетики, електротехніки та електромеханіки» Вінницького національного аграрного університету, email: [shtuts1989@gmail.com](mailto:shtuts1989@gmail.com)

**Добранюк Юрій Володимирович** — кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [dobranyuk@vntu.edu.ua](mailto:dobranyuk@vntu.edu.ua).

**Kolisnyk Mykola A.** — Assistant Professor, Department of Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Vinnytsia National Agrarian University, Vinnytsia, e-mail: [kolisnik30@gmail.com](mailto:kolisnik30@gmail.com)

**Mykhalevych Volodymyr M.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair for Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [mykhalevych@vntu.edu.ua](mailto:mykhalevych@vntu.edu.ua)

**Shtuts Andrii A.**— Ph.D., senior teacher, Department of Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Vinnitsa National Agrarian University, email: [shtuts1989@gmail.com](mailto:shtuts1989@gmail.com).

**Dobranyiuk Yurii V.** — Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of Department of Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [dobranyuk@vntu.edu.ua](mailto:dobranyuk@vntu.edu.ua).