

ПОБУДОВА ЛЕМНІСКАТ БЕРНУЛЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ МОВИ ПРОГРАМУВАННЯ C++

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Розглядається метод побудови лемніскати Бернуллі, яка є важливим об'єктом у вищій математиці, який має численні застосування в різних галузях науки і техніки. У роботі представлено алгоритм побудови цієї кривої з використанням мови програмування C++, детально описано етапи реалізації алгоритму та наведено результати виконання програми.

Ключові слова: Лемніската Бернуллі, C++, алгоритм, алгебраїчна крива, полярні координати, декартові координати, реалізація.

Abstract

The paper deals with the method of constructing the Bernoulli lemniscate, which is an important object in higher mathematics that has numerous applications in various fields of science and technology. The paper presents an algorithm for constructing this curve using the C++ programming language, describes in detail the stages of algorithm implementation, provides code examples and results of the program execution.

Keywords: Bernoulli's Lemniscate, C++, algorithm, algebraic curve, polar coordinates, Cartesian coordinates, implementation.

Вступ

Лемніската Бернуллі є однією з класичних кривих, вивчення якої має велике значення у різних галузях математики та її застосуваннях. Вона являє собою плоску алгебраїчну криву, яка може бути описана різними математичними рівняннями і має характерну вісімкоподібну форму [1]. З моменту її відкриття, лемніската Бернуллі привертала увагу математиків завдяки своїм унікальним властивостям та широкому спектру застосувань, що охоплюють теорію чисел, геометрію, фізику та інші науки. Сучасні засоби програмування відкривають нові можливості для дослідження і візуалізації математичних об'єктів, таких як лемніската Бернуллі. Середовище розробки Visual Studio 2022 і мова програмування C++ надають потужний інструментарій для реалізації складних алгоритмів і побудови високоякісних графічних зображень.

Результати дослідження

Виконуючи дане дослідження було проаналізовано та успішно реалізовано дві ключових формули, а саме: формулу лемніскати Бернуллі в полярних координатах:

$$r = c\sqrt{2\cos(2\theta)}$$

Виконано правильне перетворення полярних координат у декартові [2], що забезпечило точне розташування точок на площині. Отримані полярні координати перетворюються в декартові координати за допомогою стандартних перетворень:

$$\begin{cases} x = r\cos(\theta) \\ y = r\sin(\theta) \end{cases}$$

Отримані декартові координати зміщуються так, щоб центр лемніскати був у центрі вікна відображення: Для коректного відображення лемніскати Бернуллі в центрі вікна, декартові координати зміщуються на половину ширини та висоти вікна. Це дозволяє центру лемніскати співпасти з центром вікна.

Було побудовано кілька варіантів лемніскати шляхом модифікації координат:

Перша лемніската без змін; друга лемніската з координатами, поділеними на два; третя лемніската з координатами, де $y-x$; четверта лемніската з координатами, де $y+x$.

Врахувавши це все будуються 4 лемнікати:

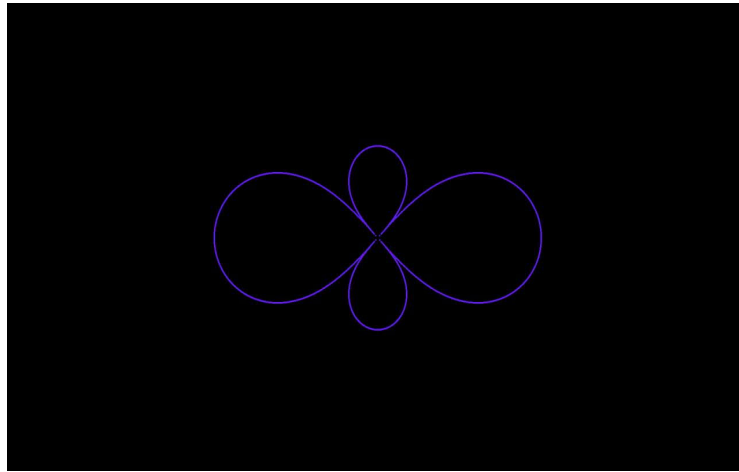


Рис. 1. Перший етап – побудова перших двох лемнікат

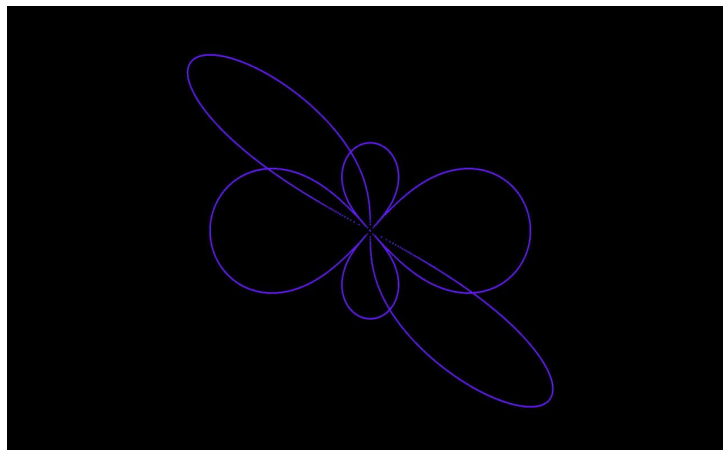


Рис. 2. Другий етап – побудова третьої лемнікати

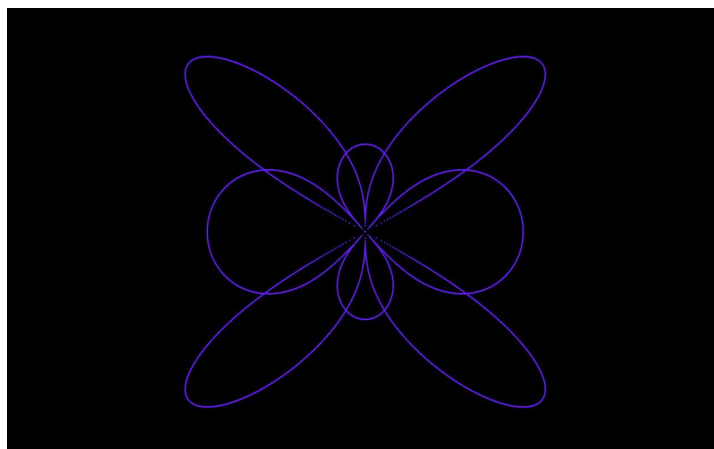


Рис. 3. Третій етап – побудова четвертої лемнікати

Таким чином ми отримали зображення, на якому побудовані усі 4 лемніскати із різними координатами

Висновки

У даній роботі було успішно реалізовано побудову лемніскати Бернуллі за допомогою мови програмування C++ в середовищі розробки Visual Studio 2022 з використанням бібліотеки SFML для візуалізації. Основні результати та висновки можна підсумувати наступним чином:

Використання основної формули лемніскати Бернуллі в полярних координатах дозволило коректно обчислити радіус r для заданих значень кута θ . Перетворення полярних координат у декартові забезпечило правильне розташування точок на площині.

Реалізований підхід може бути використаний для побудови інших алгебраїчних кривих та їхніх варіацій. Подальші дослідження можуть включати вивчення властивостей лемніскати в різних координатних системах, а також застосування інших методів візуалізації для покращення графічного відображення.

Представлений проект може бути корисним у навчальному процесі для демонстрації властивостей лемніскати Бернуллі та інших математичних кривих. Використання сучасних інструментів програмування дозволяє студентам краще зрозуміти теоретичні аспекти математики через практичну реалізацію.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Wolfram MathWorld [Електронний ресурс] – URL: <https://mathworld.wolfram.com/Lemniscate>
2. Wikipedia [Електронний ресурс] – URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Lemniscate_of_Bernoulli

Артем Юрійович Білінський – студент факультету інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: bilinskiyartem110407@gmail.com;

Роман Анатолійович Савченко – студент факультету інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: rsavcenko418@gmail.com;

Надія Борисівна Дубова – старший викладач, кафедра вищої математики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: dubova_n_b@vntu.edu.ua.

Artem Y. Bilinskyi – Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: bilinskiyartem110407@gmail.com;

Roman A. Savchenko – Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: rsavcenko418@gmail.com;

Nadiya B. Dubova - Senior Teacher, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: dubova_n_b@vntu.edu.ua.