

Застосування інтеграла до розв'язування задач фізичного змісту

Вінницький національний технічний університет

Анотація:

Інтеграл, фундаментальне поняття математичного аналізу, відіграє ключову роль у багатьох галузях науки. Ця наукова теза досліджує різноманітні застосування інтеграла, зосереджуючись на його глибокому впливі на математику, фізику та інші наукові дисципліни. Теза розглядає геометричні застосування інтеграла для обчислення площ, об'ємів та довжин кривих, а також його фізичні застосування для опису роботи, шляху та інших фізичних величин. Крім того, теза описує застосування інтеграла в економіці, статистиці та інженерії.

Ключові слова: інтеграл, математичний аналіз, геометрія, фізика, робота, шлях, площа під кривою, економіка, статистика, інженерія.

Abstract:

The integral, a fundamental concept of mathematical analysis, plays a pivotal role in numerous scientific fields. This thesis explores the diverse applications of the integral, focusing on its profound impact on mathematics, physics, and other scientific disciplines. The thesis examines the geometrical applications of the integral for calculating areas, volumes, and arc lengths, as well as its physical applications for describing work, path, and other physical quantities. Additionally, the thesis discusses the applications of the integral in economics, statistics, and engineering.

Keywords: integral, mathematical analysis, geometry, physics, work, path, area under the curve, economics, statistics, engineering.

Вступ

Інтеграл, одне з ключових понять математичного аналізу, відіграє фундаментальну роль у багатьох галузях науки. Його потужність полягає в здатності узагальнювати та описувати накопичення нескінченних малих величин, що робить його незамінним інструментом для дослідження та розв'язання задач у різноманітних сферах. Ця наукова теза прагне дослідити різноманітні застосування інтеграла, зосередившись на його глибокому впливі на математику, фізику та інші наукові дисципліни.

Інтеграл не лише є потужним математичним інструментом, але й тісно пов'язаний з реальним світом. Він лежить в основі багатьох природних явищ та фізичних законів, дозволяючи нам описувати рух об'єктів, розподіл сил та інші фізичні процеси. Завдяки інтегралу ми можемо моделювати складні системи, аналізувати дані та робити прогнози, що робить його незамінним для дослідників, інженерів та фахівців у багатьох галузях.

Застосування інтеграла в математиці

В царині математики інтеграл посідає особливе місце, слугуючи не лише потужним інструментом для дослідження, але й тісно пов'язуючи абстрактні поняття з реальним світом. Його глибина та багатство застосування роблять його незамінним для математиків, фізиків, інженерів та фахівців у багатьох інших галузях[1].

Одна з ключових ролей інтеграла полягає в обчисленні площ, об'ємів та довжин. Завдяки йому ми можемо досліджувати складні геометричні фігури, визначаючи площу фігури, об'єм тіла, що обертається, або довжину кривої лінії. Ці знання знаходять широке застосування в архітектурі, інженерії, дизайні та інших сферах.

Інтеграл також слугує для визначення первісних та похідних функцій. Він є зворотним оператором диференціювання, що дозволяє нам знаходити первісну функцію, якщо відома її похідна. Це має важливе значення для розв'язання диференціальних рівнянь, які описують безліч природних явищ та фізичних процесів[2].

Векторний аналіз, що вивчає векторні поля, неможливий без інтеграла. Він використовується для визначення таких векторних величин, як потік та циркуляція векторного поля[3]. Ці поняття мають важливе значення в електродинаміці, гідродинаміці та інших галузях фізики.

Інтеграл також відіграє ключову роль у розв'язанні диференціальних рівнянь, які описують безліч природних явищ та фізичних процесів. Це важливий інструмент для дослідників, інженерів та фахівців у багатьох галузях.

Отже, інтеграл є не лише фундаментальним поняттям математики, але й потужним інструментом, що відкриває двері до безмежних можливостей дослідження та опису світу навколо нас.

Застосування інтеграла в фізиці

У сфері фізики інтеграл відіграє фундаментальну роль, слугуючи ключовим інструментом для опису та пояснення безлічі природних явищ та фізичних процесів. Його потужність полягає в здатності узагальнювати та описувати накопичення нескінченних малих величин, що робить його незамінним для дослідження та розв'язання задач у різноманітних галузях фізики[6].

Інтеграл використовується для обчислення роботи, довжини шляху, площі під кривою, опису розподілу електричних зарядів та магнітних диполів, формулювання рівнянь Максвелла, рівнянь Нав'є-Стокса, закону Бернуллі, першого закону термодинаміки та визначення ентропії.

Завдяки інтегралу ми можемо досліджувати рух об'єктів під дією сил, моделювати електричні та магнітні поля, аналізувати рух рідин та газів, вивчати енергетичні процеси та описувати напрямок термодинамічних процесів[1].

Інтеграл, як потужний інструмент та фундаментальне поняття, робить фізику більш зрозумілою, дозволяючи дослідникам, інженерам та фахівцям глибоко досліджувати та описувати безліч природних явищ та фізичних процесів, що оточують нас.

Застосування інтеграла в економіці

Інтеграл знаходить широке застосування в економіці, слугуючи потужним інструментом для аналізу поведінки споживачів, фірм та ринків. Його гнучкість та універсальність роблять його незамінним для дослідників, економістів та фахівців у багатьох галузях економіки[3].

Він використовується для обчислення граничної корисності, граничних витрат, функцій попиту та пропозиції, а також для визначення оптимального обсягу споживання та виробництва, рівноважної ціни та кількості. Інтеграл також слугує важливим інструментом для оптимізації ресурсів в задачах лінійного та нелінійного програмування, а також для оцінювання параметрів економетричних моделей[5].

Завдяки інтегралу економісти можуть моделювати поведінку споживачів та фірм, аналізувати ринкові процеси, досліджувати причинно-наслідкові зв'язки та прогнозувати економічні явища. Це робить його незамінним інструментом для розуміння та регулювання економічних систем.

Застосування інтеграла в статистиці

Інтеграл відіграє фундаментальну роль у статистиці, слугуючи потужним інструментом для аналізу даних, ймовірнісних розподілів та статистичних моделей. Його гнучкість та універсальність роблять його незамінним для дослідників, статистиків та фахівців у багатьох галузях статистики[3].

Він використовується для визначення функцій розподілу ймовірностей, щільності ймовірностей, очікувань, перевірки статистичних гіпотез, оцінки параметрів, побудови довірчих інтервалів, визначення вибірових розподілів, розрахунку р-значень непараметричних тестів, опису багатовимірних розподілів, розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь та багато іншого[1].

Завдяки інтегралу статистики можуть аналізувати ймовірність подій, досліджувати розподіли даних, робити висновки про досліджувані явища, перевіряти статистичні гіпотези, будувати моделі даних та прогнозувати майбутні значення. Це робить його незамінним інструментом для розуміння та опису складних явищ у багатьох галузях науки та техніки.

Задача

Знайти кількість електрики, яка проходить через поперечний переріз провідника за 20 с, якщо сила струму змінюється за законом $I(t) = 2t + 1$ (А).

Для визначення кількості електрики (заряду Q), що проходить через поперечний переріз провідника за 20 секунд, потрібно проінтегрувати силу струму $I(t)$ за часом.

Задана сила струму $I(t)$ залежить від часу за формулою:

$$Q = 400 + 20 = 420 \text{ Кл}$$

Кількість електрики Q обчислюється як інтеграл від сили струму за часом:

$$Q = \int_0^{20} I(t) dt$$

Підставимо вираз для I(t):

$$Q = \int_0^{20} (2t + 1) dt$$

Обчислимо ці інтеграли:

$$Q = \int_0^{20} 2t dt + \int_0^{20} 1 dt$$

Обчислимо всі інтеграли окремо:

$$\int_0^{20} 2t dt = 2 \int_0^{20} t dt = 2 \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^{20} = [t^2]_0^{20} = 20^2 - 0^2 = 400$$

$$\int_0^{20} 1 dt = [t]_0^{20} = 20 - 0 = 20$$

Тепер складемо результати:

$$Q = 400 + 20 = 420 \text{ Кл}$$

Отже, кількість електрики, яка проходить через поперечний переріз провідника за 20 секунд, дорівнює 420 кулонів.

Висновки

Інтегралі, будучи фундаментальним поняттям математики, знаходять широке застосування в багатьох галузях науки та техніки. Його гнучкість та універсальність роблять його потужним інструментом для дослідження, моделювання та опису складних явищ.

У фізиці інтегралі використовуються для опису руху об'єктів, розподілу заряду, формулювання рівнянь Максвелла, аналізу термодинамічних процесів та багато іншого. Це робить його незамінним інструментом для розуміння законів природи та прогнозування поведінки фізичних систем.

В економіці інтегралі використовуються для аналізу поведінки споживачів та фірм, моделювання ринкових процесів, дослідження причинно-наслідкових зв'язків та прогнозування економічних явищ. Це робить його важливим інструментом для розуміння та регулювання економічних систем.

У статистиці інтегралі використовуються для аналізу ймовірнісних розподілів, перевірки статистичних гіпотез, оцінки параметрів, побудови довірчих інтервалів та багато іншого. Це робить його незамінним інструментом для розуміння та опису складних даних.

Таким чином, інтегралі відіграють фундаментальну роль у багатьох галузях науки та техніки, слугуючи потужним інструментом для дослідження, моделювання, опису та прогнозування складних явищ. Його важливість та універсальність роблять його незамінним для науковців, інженерів, фахівців та студентів у багатьох сферах знань.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Арнольд, В. І. Звичайні диференціальні рівняння. – К.: Вища школа, 2004. – 368 с.
2. Борисенко, В. І., та Тарасенко, М. Ф. Основи інтегрального числення. – К.: Академперіодика, 2010. – 284 с.
3. Васильєв, Д. Д. Математичний аналіз: функції та інтегралі. – Х.: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 412 с.
4. Вольф, К. Г. Вступ до теорії інтеграла. – Л.: ЛНУ ім. Івана Франка, 2015. – 275 с.
5. Гладкий, Ю. М. Інтегралі та їх застосування в економіці. – К.: КНЕУ, 2013. – 320 с.
6. Коваль, В. М. Застосування інтегралів у фізиці. – К.: Видавництво КНУ ім. Тараса Шевченка, 2014. – 295 с.

Сахно Михайло Миколайович – студент групи 2КІ-236, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: sahnomihajlo51@gmail.com

Науковий керівник: **Дубова Надія Борисівна** — ст. викладач кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, email: dubova1953@gmail.com

Sakhno Mykhailo M. - – students, 2CE-23B, Faculty of information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsa National Technical University, email: sahnomihajlo51@gmail.com

Supervisor: **Dubova Nadiia Borysivna** - Senior Lecturer, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine, email: dubova1953@gmail.com