

МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ АНАЛІЗУ ЗАГАЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ НЕОДНОРІДНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗІ СТАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

Анотація

Обґрунтовано методичну доцільність використання завдань на доведення еквівалентності загальних розв'язків звичайних лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами, які отримані при залученні різних методів знаходження довільних частинних розв'язків, що входять до складу загальних розв'язків цих рівнянь.

Ключові слова: звичайне диференціальне рівняння, метод варіації довільних сталих, права частина спеціального виду.

Abstract

The methodical expediency of using tasks for proving the equivalence of general solutions of ordinary linear inhomogeneous differential equations of the second order with constant coefficients, which are obtained by involving various methods of finding arbitrary partial solutions that are part of the general solutions of these equations, is substantiated.

Keywords: ordinary differential equation, method of variation of arbitrary constants, right-hand side of a special form.

Вступ

Серед типових розрахункових завдань з вищої математики, які передбачають використання різних методів розв'язання, переважна більшість приводить до отримання абсолютно ідентичних відповідей. Прикладами таких завдань є обчислення визначників за допомогою методу трикутників, методу розкриття за елементами рядка або стовпчика, методу зниження порядку; розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера, матричним способом, методом Гаусса.

У підсумку в студентів часто формується думка, що в математиці всі розв'язки, отримані різними методами, мають абсолютно однаковий вигляд. Цікавими з методичної точки зору є задачі, при розв'язанні яких різними методами отримують розв'язки, які візуально суттєво відрізняються, і їх еквівалентність потрібно довести.

Результати дослідження

Широкі можливості для залучення таких задач до навчальної діяльності існують при вивченні теми «Невизначений інтеграл». Зокрема відзначимо, що результати інтегрування добутоків тригонометричних функцій: синус і косинус в парних та непарних степенях – при застосуванні різних методів можуть мати різний вигляд. Для доведення еквівалентності таких розв'язків потрібно використовувати відомі з курсу елементарної математики тригонометричні тотожності.

Застосування тригонометричних підстановок та методу інтегрування частинами при обчисленні інтегралів виду $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ та $\int \sqrt{x^2 \pm k} dx$ також на початковому етапі формування розв'язків приводять до візуально різних виразів.

У даних тезах пропонується звернути увагу на випадки лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального виду, при розв'язанні яких довільні частинні розв'язки, що знаходяться за методом невизначених коефіцієнтів та за методом варіації довільних сталих, є різними.

Приклад. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

$$y'' + y' - 2y = 27x^2 \cdot e^x. \quad (1)$$

Виконавши відомі дії, маємо загальний розв'язок відповідного однорідного диференціального рівняння:

$$y_{одн} = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} \quad (2)$$

та частинний розв'язок, що знайдений за методом невизначених коефіцієнтів:

$$y_{ч1} = (3x^3 - 3x^2 + 2x) \cdot e^x, \quad (3)$$

а знайдений за методом варіації довільних сталих частинний розв'язок має вигляд:

$$y_{ч2} = \left(3x^3 - 3x^2 + 2x - \frac{2}{3} \right) \cdot e^x. \quad (4)$$

Більш глибокому розумінню теореми про структуру розв'язку неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами сприяє в цьому випадку завдання сформульоване в евристичній формі: знайти допущену помилку або пояснити розбіжність, що виникла. Обговорення результатів досліджень студентів доцільно відтермінувати до наступного заняття, оскільки пересвідчення в тому, що помилка не була допущена, потребує достатньо багато часу, який на аудиторному занятті можна використати більш ефективно. Особливий інтерес такі завдання викликають, якщо попередньо розглядалися приклади, в яких обом методами знаходився один і той самий довільний частинний розв'язок.

Висновки

Обґрунтовано методичну доцільність залучення до розгляду під час вивчення теми: «Звичайні диференціальні рівняння» прикладів, в яких довільні частинні розв'язки, що знаходяться за допомогою різних методів є різними. Також автором розроблено застосунок в програмному середовищі СКМ Maple, який дозволяє генерувати диференціальні рівняння з вказаною особливістю для створення дидактичних матеріалів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Збірник розрахунково-графічних завдань з вищої математики: в 2 ч. — Ч. 2 / за ред. Н.О. Чікіної. — Харків: Підручник НТУ «ХПІ», 2013. — 216 с.

Тулущенко Галина Яківна — д-р техн. наук, професор, професор кафедри вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків.

Tuluchenko Halyna Ya. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of Department of Higher Mathematics, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv.