

**О. Н. Романюк**  
**Р. Ю. Чехмestрук**  
**О. В. Романюк**  
**А. В. Денисюк**

## **МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ «КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»**

Вінницький національний технічний університет;

### **Анотація**

*Проаналізовано математичне забезпечення дисципліни «Комп'ютерна графіка». Визначено основні розділи математики, які необхідні для успішного освоєння теоретичного матеріалу та виконання практичних робіт.*

**Ключові слова:** комп'ютерна графіка, матричні операції, рендеринг, графічні примітиви

### **Abstract**

*The mathematical support of the discipline "Computer graphics" was analyzed. The main sections of mathematics, which are necessary for the successful mastering of the theoretical material and the performance of practical work, have been identified..*

**Keywords:** computer graphics, matrix operations, rendering, graphic primitives

### **Вступ**

Комп'ютерна графіка характеризує новий етап застосування комп'ютерів для обробки інформації і забезпечує не тільки підвищення наочності отриманих результатів, але і можливості вирішення принципово нових задач, як, наприклад, геометричне моделювання, дизайн, мультиплікація, автоматизація проектувальних робіт.

Широке застосування методів комп'ютерної графіки для рішення інженерних, економічних, дослідних, конструкторських та дизайнерських задач обумовлює необхідність вивчення сучасними фахівцями основ комп'ютерної графіки.

### **Результати дослідження**

Для вивчення основ комп'ютерної графіки необхідне відповідне математичне підготування студентів.

Комп'ютерна графіка є математичною дисципліною і використовує практично всі розділи математики.

Для розробки методів і алгоритмів формування графічних примітивів важливим є знання теорії інтерполяції та апроксимації функцій, оскільки при формуванні прямих і кривих необхідно знаходження проміжних значень величин за наявним дискретним набором значень. Як правило, в комп'ютерній графіці вивчають алгоритми Лагранжа, Ньютона, Гауса, Ерміта. Існує також близька до інтерполяції задача, що полягає в апроксимації якої-небудь складної функції іншою, простішою функцією. Якщо деяка функція занадто складна для продуктивних обчислень, можна спробувати обчислити її значення в декількох точках, а за ними побудувати, тобто інтерполювати, простішу функцію.

Для наближеного формування зображень кривих в комп'ютерній графіці використовують апарат апроксимації. Апроксимація забезпечує використання більш простих, з математичної точки зору виразів. При цьому досягається краща згладженість крокової траєкторії. В комп'ютерній графіці, як правило, використовують подання неперервних функцій многочленами.

При формуванні кривих важливо знати математичні вирази для подання векторів, кола, параболи, гіперболи, еліпса.

Геометричне моделювання засновано на традиційних математичних методах аналітичної геометрії, які забезпечують введення та перетворення двохмірних і трьохмірних об'єктів з урахуванням обмежень пов'язаних з організацією взаємодії, можливостями засобів відображення, станом обчислювальної техніки. Основи аналітичної геометрії, що використовуються, враховують сучасні досягнення в цій галузі.

Загальні принципи опису і виконання основних перетворень геометричного моделювання стають зрозумілими при вивченні відомих методів матричного подання зображень і алгоритмів їх перетворень. Довільні афінні перетворення не можна записати за допомогою матриці  $3 \times 3$ , тому для роботи з афінними перетвореннями, зазвичай, використовують однорідні координати. Вони надають можливість задавати за допомогою матриць перетворення переносу й проєкції.

В комп'ютерній графіці широко використовується сплайнове моделювання, особливо при побудові кривих і поверхонь. Ві-сплайни дозволяють локально змінювати форму кривої, що неможливо при використанні інтерполяції Лагранжа. Тому вони отримали широке поширення. Використовують також патчі і криві Безьє, а також NURBS-подання поверхонь. Спочатку NURBS використовували лише у комерційних CAD-системах для автомобільних компаній. Пізніше вони стали невід'ємною частиною стандартних пакетів програм для комп'ютерної графіки.

В задачах рендерингу (кінцева візуалізація) широко використовується лінійна алгебра. Це пояснюється тим, що при формуванні тривимірних зображень використовуються векторні операції, питома вага яких є суттєвою, оскільки векторні перетворення виконуються для кожного пікселя. Останнім часом все ширше використовується сферична геометрія, яка дозволяє спростити обчислення за рахунок вилучення з обчислювального процесу нормалізації векторів.

Для формування тривимірних зображень використовують методи триангуляції та теселяції. Триангуляція многокутників є основою багатьох важливих геометричних алгоритмів. Ці питання важливі для побудови скелетної моделі об'єкта. При цьому найчастіше використовують триангуляція Делоне, Вороного.

Диференціальне та інтегральне числення використовується практично в усіх за стосунках комп'ютерної графіки. Використовується диференціальне числення функцій кількох змінних; визначені інтеграли; невластиві інтеграли, подвійні інтеграли; криволінійні інтеграли 1-го і 2-го роду; поверхневі інтеграли 1-го і 2-го роду. Для визначення об'ємів і площ об'єктів і поверхонь для задач рендарингу використовуються подвійні інтеграли.

Як відомо, у програмуванні ігор важливим завданням є поворот об'єкта у тривимірному просторі. Порівняно з використанням матриць перетворень для обертання об'єкта кватерніони дозволяють вирішувати це завдання більш зручним способом, оскільки безпосередньо задають вісь та кут обертання. Для того, щоб показати, яким чином задається операція обертання у три вимірному просторі доцільно надати студентам студентами загальні відомості про кватерніони.

Важливою процедурою комп'ютерної графіки є вилучення невидимих ліній та поверхонь, що передбачає вивчення студентами математичного апарату перетину примітивів, площин і поверхонь.

### **Висновки**

Комп'ютерна графіка є математичною дисципліною і використовує практично всі розділи математики. Конкретний математичний апарат застосовується залежно від типу задачі, що розв'язується для даного за стосунку.

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ**

1. Романюк О. Н. Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник / О. Н. Романюк — Вінниця: УНІВЕСУМ-Вінниця —2001. —129 с.
2. Романюк О. Н. Веб-дизайн і комп'ютерна графіка. Навчальний посібник. / О. Н. Романюк, Д.І. Кательніков, О.П.Косовець —Вінниця: УНІВЕСУМ-Вінниця —2007. —103 с.
3. Бойко О.П. Особливості викладання комп'ютерної графіки в умовах дистанційного навчання/ О.П. Бойко, О.Н. Романюк, С.В Котлик // Комп'ютерні ігри та мультимедіа як інноваційний підхід до комунікації / Матеріали I Всеукраїнської науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів. Одеса, 25-26 березня 2021 р. - Одеса, Видавництво ОНАХТ, 2021 р. – с.92-96.

4. Ціхановська О. Використання комп'ютерної графіки в підготовці економістів [Текст] / Олена Ціхановська, Олександр Романюк // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології в культурі, мистецтві, освіті, науці, економіці та бізнесі», Київ, 18-19 квітня 2019 р. – 2019. – Ч. 2. – С. 267-268.
5. Романюк О. Н. Веб-дизайн і комп'ютерна графіка. Навчальний посібник. / О. Н. Романюк, Д.І. Кательніков, О.П.Косовець —Вінниця: УНІВЕСУМ-Вінниця —2007. —103 с.
6. Романюк О. Н. Алгоритми триангуляції полігональних областей для використання в засобах комп'ютерної графіки // О. Н Романюк., Ю. В. Седлецька // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. —2003. — №1. —С. 104—107.
7. Романюк А.Н. Алгоритмы триангуляции / А. Н. Романюк., А.Г. Сторчак // Компьютеры + программы. — 2001. — №1. — С. 35—37.

**Романюк Олександр Никифорович** — д. т. н., професор, професор кафедри програмного забезпечення, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: rom8591@gmail.com

**Чехмestрук Роман Юрійович** — канд. техн. наук, доцент кафедри програмного забезпечення, Вінницький національний технічний університет

**Романюк Оксана Володимирівна** — канд. техн. наук, доцент кафедри програмного забезпечення, Вінницький національний технічний університет

**Денисюк Алла Василівна** — асистент кафедри програмного забезпечення, Вінницький національний технічний університет

**Romanyuk Olexandr Nikiforovych** — PhD (Eng.), Professor of Department for Programming Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: rom8591@gmail.com

**Chehmestruk Roman Yuriyovych** —Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Software Chair, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

**Romanyuk Oksana Volodymyrivna** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Software Chair, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: romaniukoksanav@gmail.com

**Alla Denusiyk** – Assistant of Software Chair, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia,