

ДОСЛІДЖЕННЯ ЛІНІЙНИХ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ЗАСОБАМИ MAPLE

¹ Центральнотраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка;

² Донецький національний медичний університет

Анотація

Проведено дослідження однорідного сингулярно збуреного диференціального рівняння, розроблено maplets, який дозволяє досліджувати розв'язок. Проведено дослідження неоднорідного сингулярно збуреного диференціального рівняння, розроблено maplets, який дозволяє досліджувати розв'язок. Проведено дослідження сингулярно збуреного диференціального рівняння у випадку кратних коренів характеристичного рівняння розроблено maplets, який дозволяє досліджувати розв'язок.

Ключові слова: асимптотика, сингулярно збурене диференціальне рівняння, maplets.

Abstract

A study of a homogeneous singularly perturbed differential equation was carried out, maplets were developed, which allows to study the solution. An inhomogeneous singularly perturbed differential equation has been studied, maplets have been developed, which allows to study the solution. A study of the singularly perturbed differential equation in the case of multiple roots of the characteristic equation was carried out, maplets were developed, which allows to study the solution.

Keywords: asymptotic, singular perturbed differential equation, maplets.

Вступ

Найбільш ефективними методами дослідження нелінійних коливань є асимптотичні методи:

– метод асимптотичного інтегрування початкової задачі для нелінійної системи диференціальних рівнянь з малим параметром при частині похідних, який полягає в тому, що асимптотичний розв'язок шукається у вигляді суми регулярної частини і ряду примежових функцій.

– метод асимптотичного інтегрування лінійної сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь, який полягає у введенні нових незалежних змінних і тим самим, зводить розглядувану сингулярно збурену систему диференціальних рівнянь до регулярної системи в частинних похідних відносно функцій з більшою кількістю незалежних змінних.

– асимптотичний метод інтегрування диференціальних рівнянь із повільно змінними коефіцієнтами, в якому встановлені достатні умови існування асимптотичного розв'язку у випадку кратних коренів.

– метод асимптотичного аналізу розглядає структуру загального розв'язку системи з тотожно виродженою головною матрицею при похідній в різних ситуаціях пов'язаних з особливостями матриць.

Результати дослідження

В даній роботі досліджено однорідне сингулярно збурене диференціальне рівняння виду:

$$\varepsilon^{2h} \frac{d^2 x}{dt^2} + \varepsilon^h a(t) \frac{dx}{dt} + b(t)x = 0, \quad (1)$$

де ε ($0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0$) малий параметр; $t \in [0; L]$, $h \in N$, $a(t)$, $b(t)$ – відомі функції, $x(t, \varepsilon)$ – шукана функція

та неоднорідне сингулярно збурене диференціальне рівняння виду:

$$\varepsilon^{2h} \frac{d^2 x}{dt^2} + \varepsilon^h a(t) \frac{dx}{dt} + b(t)x = f(t) \exp\left(\frac{\theta(t)}{s^h}\right), \quad (2)$$

де $f(t)$, $\theta(t)$ нескінченно диференційовані функції при $t \in [0; L]$.

Для побудови розв'язку однорідного сингулярно збуреного диференціального рівняння виду (1) розроблено `maplets1`, який дозволяє досліджувати розв'язок з використанням наступних кроків: введення коефіцієнтів; побудова рівняння; розв'язання рівняння; знаходження наближення для φ ; побудова загального розв'язку.

Для побудови розв'язку неоднорідного сингулярно збуреного диференціального рівняння виду (2) розроблено `maplets2`, який дозволяє досліджувати розв'язок з використанням наступних кроків: введення коефіцієнтів; виведення рівняння; розв'язання рівняння; побудова наближення для p ; побудова загального розв'язку; побудова графіка.

Для побудови розв'язку сингулярно збуреного диференціального рівняння у випадку кратних коренів характеристичного рівняння розроблено `maplets3`, який дозволяє досліджувати розв'язок з використанням наступних кроків: введення коефіцієнтів; побудова диференціального рівняння; розв'язання рівняння; побудова наближення для φ ; побудова другого наближення; побудова графіка.

Висновки

В даній роботі

1) побудовано два частинних формальних розв'язки сингулярно збуреного однорідного диференціального рівняння цілого рангу загального вигляду у випадку простих коренів характеристичного рівняння і доведено їх лінійну незалежність, а також побудовано частинні розв'язки неоднорідного рівняння у випадку нерезонанса і резонанса;

2) знайдено достатні умови існування формального розв'язку у випадку кратного кореня характеристичного рівняння і побудовано два частинних лінійно незалежних формальних розв'язків сингулярно збуреного однорідного диференціального рівняння другого порядку цілого рангу загального вигляду;

3) доведено теорему про асимптотичну властивість розв'язків;

4) створено MAPLE програму, що дозволяє дослідження сингулярно збуреного диференціального рівняння другого порядку у випадку простих і кратного коренів;

5) на основі програми MAPLE мовою створено візуальні `maplets`, які дозволяють демонструвати дослідження диференціальних рівняння другого порядку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Болілий В. О. Нестабільна точка звороту в диференційному рівнянні третього порядку. *Математичні студії*. 2002. Т. 18. № 2. С. 157–168.
2. Ключник І. Г. Асимптотичні розв'язки системи диференціальних рівнянь з кратною точкою звороту. *Український математичний журнал*. 2009. Т. 61. № 11. С. 1516–1530.
3. Monagan M. V. *Maple advanced Programming Guide*. *Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc.* 2012. 456 p.
4. Stephen Forrest. *Maplesoft. A Customizable Interface to Maple*. URL: <http://www.cargo.wlu.ca/e-ECCAD2004/Maplets.pdf> (дата звернення: 25.05.2022).

Болілий Василь Олександрович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри інформатики, Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, Кропивницький, e-mail: basilb097@gmail.com.

Суховірська Людмила Павлівна – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувачка кафедри фундаментальних дисциплін, Донецький національний медичний університет, Кропивницький, e-mail: suhovirskaya2011@gmail.com.

Bolilyj Vasyly O. – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor of the Department of Informatics and Information Technologies of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytskyi, e-mail: basilb097@gmail.com.

Sukhovirskaya Liudmyla P. – PhD of pedagogical sciences, Head of the Department of Fundamental Disciplines Donetsk National Medical University, Kropyvnytskyi, e-mail: suhovirskaya2011@gmail.com.