УДК 51

Л. С. Васіна[1]
В. Д. Мохонько[2]

ПРО ДЕЯКІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОЇ РОБОТИ З МАТЕМАТИКИ

[1] Технічний фаховий коледж Національного університету «Львівська політехніка»;
[2] Технічний фаховий коледж Національного університету «Львівська політехніка»

Анотація
Розглянуто деякі питання організації самостійної роботи студентів при вивченні математики.
Ключові слова: СРС, методичне забезпечення СРС, електронний комплекс

Як свідчить досвід викладання вищої математики, кількості аудиторних годин, відведених на її вивчення, недостатньо для повноцінного вивчення матеріалу, оскільки від 50 до 70% програмного матеріалу виноситься на самостійне опрацювання. Якщо на лекціях студентів можна ознайомити зі всіма важливими відомостями: означеннями, теоремами, формулами (в основному, без доведень), то на практичних заняттях за такий час дуже складно виробити необхідні навички розв'язування задач. В таких умовах самостійна робота студентів (СРС) складає практично половину навчального часу і стає не менш важливою частиною роботи студента, ніж аудиторна. А під час дистанційного навчання частка самостійної роботи збільшується у рази.

Теоретична функція СРС передбачає самостійне вивчення певних тем чи питань, які не включені в аудиторні заняття, опрацювання усієї необхідної теорії з предмету.

Практична функція СРС передбачає розв'язування типових задач з тем, які не виносяться на заняття і вироблення навичок розв'язування всіх типів задач, передбачених програмою.

Роль викладача в організації СРС полягає у: – *плануванні* СРС в межах кожного змістового модуля; – *розробці* індивідуальних завдань, у тому числі і професійного спрямування; – *методичному забезпеченні*: підготовці конспектів лекцій, методичних рекомендацій, вказівок по виконанню індивідуальних завдань розрахункових робіт; – *інформуванні* студентів про види роботи, які необхідно виконати у рамках цього модуля, формах оцінювання, забезпеченість методичними матеріалами, літературою; – організації *консультування* по питаннях виконання завдань самостійної роботи.

Для успішної реалізації теоретичної функції СРС найбільш важливим, на нашу думку, є її методичне забезпечення. Наприклад, у СРС студентів Технічного коледжу ефективно працює "Навчальний довідник у таблицях". У довіднику системно і компактно викладено базові поняття всіх розділів Вищої математики, передбачених навчальною програмою: "Лінійна алгебра та аналітична геометрія", "Границя і неперервність функції", "Диференціальне та інтегральне числення функції однієї та багатьох змінних", "Ряди. Ряди Фур'є", "Диференціальні рівняння".

Довідковий матеріал містить формулювання основних понять, означень, властивостей, формули, методи та покрокові схеми розв’язування типових задач. Подання матеріалу в таблицях полегшує запам’ятовування, допомагає систематизувати як аудиторну, так і самостійну роботу студента протягом всього вивчення курсу, структурувати матеріал, дає можливість нагадати і знайти необхідну інформацію як при вивченні наступних розділів, так і при підготовці до тематичного контролю, заліків, іспитів.

Наведемо декілька фрагментів Довідника.

Тема “Елементи векторної алгебри”

Використання векторної алгебри для обчислення геометричних та фізичних величин		
Косинус кута між векторами $\vec{a}(a_x,a_y,a_z)$ та $\vec{b}(b_x,b_y,b_z)$	$\cos\varphi=\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})}{\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert}=\dfrac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\cdot\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$	
Площа трикутника ABC*, де* $\vec{a}=\vec{AB},\vec{b}=\vec{AC}$	$S=\dfrac{1}{2}\cdot\lvert[\vec{a}\times\vec{b}]\rvert=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{\begin{vmatrix}a_y & a_z\\ b_y & b_z\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}a_x & a_z\\ b_x & b_z\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}a_x & a_y\\ b_x & b_y\end{vmatrix}^2}$	
Площа паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}(a_x,a_y,a_z)$ та $\vec{b}(b_x,b_y,b_z)$	$S=\lvert[\vec{a}\times\vec{b}]\rvert=\sqrt{\begin{vmatrix}a_y & a_z\\ b_y & b_z\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}a_x & a_z\\ b_x & b_z\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}a_x & a_y\\ b_x & b_y\end{vmatrix}^2}$	
Об’єм піраміди, побудованої на векторах $\vec{a}(a_x,a_y,a_z)$, $\vec{b}(b_x,b_y,b_z)$, $\vec{c}(c_x,c_y,c_z)$, *зведених до одного початку*	$V_{\text{пір.}}=\dfrac{1}{6}\operatorname{mod}\left(\vec{a}\cdot\left[\vec{b}\times\vec{c}\right]\right)=\dfrac{1}{6}\operatorname{mod}\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}$	
Об’єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a}(a_x,a_y,a_z)$, $\vec{b}(b_x,b_y,b_z)$, $\vec{c}(c_x,c_y,c_z)$, *зведених до одного початку*	$V_{\text{пар.}}=\operatorname{mod}\left(\vec{a}\cdot\left[\vec{b}\times\vec{c}\right]\right)=\operatorname{mod}\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}$	
Висота ΔABC $h_A=\dfrac{\lvert[\vec{a}\times\vec{b}]\rvert}{\lvert\vec{b}-\vec{a}\rvert}$	*Висота піраміди* $h=\dfrac{3V_{\text{пір.}}}{S_{\text{осн.}}}$	*Висота паралелепіпеда* $h=\dfrac{V_{\text{пір.}}}{S_{\text{осн.}}}$
Робота постійної сили $\vec{F}(F_x,F_y,F_z)$ *на прямолінійному шляху* $\vec{S}$	$A=(\vec{F}\cdot\vec{S})=F_x\cdot(x_2-x_1)+F_x\cdot(y_2-y_1)+F_x\cdot(z_2-z_1)$, де $\vec{S}=\vec{MN}$, де $M(x_1,y_1,z_1)$ – початкова точка, $N(x_2,y_2,z_2)$ – кінцева точка	

Момент сили $\vec{F}(F_x, F_y, F_z)$, *прикладеної в точці* $B(x_B, y_B, z_B)$ *відносно довільної точки* $A(x_A, y_A, z_A)$	$\vec{M}_A\vec{F} = [\vec{AB}\times\vec{F}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_B - x_A & y_B - y_A & z_B - z_A \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

Тема “Числові ряди”

Знакозмінні числові ряди
Схема дослідження знакочергового ряду $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$ ***на збіжність***
п.1. якщо $\lim_{n\to\infty} u_n \neq 0 \Rightarrow$ ряд *розбіжний*; якщо $\lim_{n\to\infty} u_n = 0 \Rightarrow$ переходимо до **п.2** $\Downarrow$ **п.2.** якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\lvert u_n\rvert$ – збіжний, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ – *абсолютно* збіжний; якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\lvert u_n\rvert$ – розбіжний $\Rightarrow$ переходимо до **п.3** $\Downarrow$ **п.3.** якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ є рядом Лейбніца, то ряд збігається *умовно*. *Зауваження 1.* Якщо знаходження $\lim_{n\to\infty} u_n$ викликає труднощі, то починаємо з **п.2.** *Зауваження 2.* Для перевірки умов **п.2.** використовують достатні ознаки збіжності знакододатних рядів.

Тема “Диференціальні рівняння”

<table>
<tr><td colspan="2">Системи диференціальних рівнянь</td></tr>
<tr><td colspan="2">Система ДР – сукупність рівнянь, в кожне з яких входить незалежна змінна t, шукані функції $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ та їх похідні $\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \frac{dx_3}{dt}, ..., \frac{dx_n}{dt}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Нормальна система лінійних відносно $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ ДР з сталими коефіцієнтами (всі рівняння розв’язані відносно похідних):
$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + f_i(t),\ i = 1, 2, 3, ..., n$$</td></tr>
<tr><td>лінійна однорідна
$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j,\ i = 1, 2, 3, ..., n$$</td><td>лінійна неоднорідна
$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + f_i(t),\ i = 1, 2, 3, ..., n$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Система двох лінійних ДР із сталими коефіцієнтами:</td></tr>
<tr><td>однорідна
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y \\ \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$$</td><td>неоднорідна
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y + f_1(t) \\ \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y + f_2(t) \end{cases}$$</td></tr>
</table>

Метод виключення розв'язування системи двох лінійних ДР із сталими коефіцієнтами	
1→	Продиференціювати 1-ше рівняння системи по змінній t $\to$ $\dfrac{d^2x}{dt^2}$
2→	В одержаний вираз підставити замість $\dfrac{dy}{dt}$ 2-ге рівняння системи
3→	З 1-го рівняння системи виразити y через $\dfrac{dx}{dt}$, x, t і підставити в $\dfrac{d^2x}{dt^2}$
4→	В результаті одержимо однорідне або неоднорідне ДР другого порядку відносно функції $x = x(t)$ і змінної t, з якого визначаємо $x(t) = \varphi_1(t, C_1, C_2)$
5→	З виразу для y з п.3 знаходимо $y(t) = \varphi_2(t, C_1, C_2)$ (підставивши $\dfrac{dx(t)}{dt}$, $x(t)$).
6→	Записати загальний розв'язок: $\begin{cases} x(t) = \varphi_1(t, C_1, C_2) \\ y(t) = \varphi_2(t, C_1, C_2) \end{cases}$

Метод виключення розв'язування __однорідної__ системи двох лінійних ДР із сталими коефіцієнтами			
1→	Скласти і розв'язати характеристичне рівняння: $\begin{vmatrix} a_{11} - k & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - k \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow k_1, k_2$		
2→	Скласти ФСР залежно від коренів характеристичного рівняння і записати розв'язок $x(t)$:		
	$k_1 \neq k_2 \Rightarrow$ $x(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}$	$k_1 = k_2 = k \Rightarrow$ $x(t) = C_1 e^{kt} + C_2 t e^{kt}$	$k_{1,2} = \alpha \pm \beta i \Rightarrow$ $x(t) = C_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \sin \beta t$
3→	З 1-го рівняння системи виразити $y = y(t)$ через $\dfrac{dx}{dt}$ та x і підставити відповідні значення $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dx(t)}{dt}$ та $x = x(t)$		
4→	Записати загальний розв'язок: $\begin{cases} x(t) = \varphi_1(t, C_1, C_2) \\ y(t) = \varphi_2(t, C_1, C_2) \end{cases}$		

Тема "Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли"

Застосування інтегралів за геометричними об'єктами	
Область D площини	**подвійний інтеграл** $\iint\limits_D f(x, y)dS$
Геометричне застосування. Площа області D: $S_D = \iint\limits_D dS$	*Фізичне застосування.* Маса плоскої пластинки з поверхневою густиною $\mu(x, y)$: $m = \iint\limits_D \mu(x, y)dS$

Просторова область G	**потрійний інтеграл** $\iiint\limits_G f(x,y,z)dV$
Геометричне застосування. Об'єм тіла G: $V_G = \iiint\limits_G dV$	*Фізичне застосування.* Маса неоднорідного тіла G з густиною розподілу мас $\gamma = \gamma(x,y,z)$: $m_G = \iiint\limits_G \gamma(x,y,z)dV$
Крива L	**криволінійний інтеграл 1-го роду** $\int\limits_L f(x,y,z)dl$
Геометричне застосування. Довжина дуги кривої L: $l_L = \int\limits_L dl$	*Фізичне застосування.* Маса, розподілена вздовж матеріальної кривої L з густиною $\gamma = \gamma(x,y,z) \geq 0$: $m_L = \int\limits_L \gamma(x,y,z)dl$
Крива L	криволінійний інтеграл 2-го роду $\int\limits_L Pdx + Qdy + Rdz$
Фізичне застосування. Робота змінної сили $\vec{F} = P(x,y,z)\vec{i} + Q(x,y,z)\vec{j} + R(x,y,z)\vec{k}$ при переміщенні по дузі кривої L: $A_L(\vec{F}) = \int\limits_L \left(\vec{F} \cdot d\vec{l}\right) = \int\limits_L Pdx + Qdy + Rdz$	
Поверхня P	поверхневий інтеграл 1-го роду $\iint\limits_P f(x,y,z)dP$
Геометричне застосування. Площа поверхні P: $S_P = \iint\limits_P dP$	*Фізичне застосування.* Маса, розподілена на поверхні P з густиною $\gamma = \gamma(x,y,z) \geq 0$: $m_P = \iint\limits_P \gamma(x,y,z)dP$
Поверхня S	поверхневий інтеграл 2-го роду $\iint\limits_S Pdydz + Qdxdz + Rdxdy$
Фізичне застосування. Потік векторного поля $\vec{F} = P(x,y,z)\vec{i} + Q(x,y,z)\vec{j} + R(x,y,z)\vec{k}$, що протікає через поверхню S: $\prod_S(\vec{F}) = \iint\limits_S \left(\vec{F} \cdot \vec{n}^0\right)dS = \iint\limits_S Pdydz + Qdxdz + Rdxdy$	

Висновки

Системне впровадження у викладання курсів математики сучасних інформаційних технологій передбачає забезпечення студентів методичними і навчальними матеріалами нового типу – комп'ютерними підручниками, практикумами тощо. Для організації СРС студентів в умовах дистанційного навчання викладачами коледжу розробляються електронні комплекси. Наприклад, електронний комплекс з Чисельних методів по темі "Інтерполяція функцій" має таку структуру:

⇨ текст лекцій "Інтерполяція функцій", "Чисельне диференціювання. Інтерполяція сплайнами" + питання для самоконтролю; ⇨ контрольні питання до теми; ⇨ тестові завдання для діагностики і контролю знань; ⇨ план-конспект практичного заняття з розв'язками задач; ⇨ завдання для самостійної роботи; ⇨ інструкції по виконанню індивідуальних завдань з використанням ППМП MathCAD та Maple; ⇨ опорні знання з математики і вищої математики; ⇨ література та інтернет-ресурси; ⇨ програма курсу.

Наявність таких Електронних комплексів дозволяє збагатити зміст навчального матеріалу, підвищити мотивацію студентів, дає можливість самостійно отримувати нові знання для їх подальшого використання в практичній роботі, оптимізувати процес дистанційного навчання.

Васіна Людмила Степанівна — кандидат педагогічних наук, викладач, Технічний фаховий коледж Національного університету «Львівська політехніка», Львів, e-mail: ludavtechcol@gmail.com

Мохонько Влентина Дмитрівна — кандидат фізико-математичних наук, викладач, Технічний фаховий коледж Національного університету «Львівська політехніка», Львів.

Список використаної літератури

1. Васіна Л.С. Вища математика: Навчальний довідник у таблицях. – Львів : СПОЛОМ, 2014. – 256 с.

2. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ. Інтерполяція функцій. Чисельне диференціювання. Інтерполяція сплайнами. *Електронний комплекс*. Для самостійної роботи студентів спеціальності 5.05010301 “Розробка програмного забезпечення”. – Львів: ВЦ НУ “Львівська політехніка”, 2016. – 44с.