

# ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ GEOGEBRA ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ ЗА ДОПОМОГОЮ ЦИРКУЛЯ ТА ЛІНІЙКИ

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського

## **Анотація.**

*У даній статті розглянуто деякі можливості використання програмного середовища GeoGebra під час розв'язування геометричних задач на побудову за допомогою циркуля та лінійки. Проаналізовано основні переваги даної програми та показано доцільність її застосування під час етапу дослідження розв'язків. Наведено приклади тем та геометричних задач.*

**Ключові слова:** геометрія, розв'язування геометричних задач, дослідження розв'язків, GeoGebra.

## **Abstract.**

*This article discusses some of the possibilities of using the GeoGebra software environment when solving geometric construction problems using a compass and a ruler. The main advantages of this program are analyzed and the expediency of its application during the stage research of solutions of the problem. Examples of themes and geometric problems are given.*

**Keywords:** geometry, solving geometric problems, research of solutions, GeoGebra.

**Постановка проблеми.** Стрімкі зміни в галузі техніки, виробництва, освіти, комунікацій ставлять кожного разу нові вимоги до математичної підготовки професійних кадрів. А необхідність забезпечення високої професійної підготовки майбутніх учителів математики, фізики та інформатики вимагає особливого і вдумливого ставлення до оновлення й вдосконалення змісту освіти, доречного використання сучасних технологій навчання. Маємо на увазі: інформаційні, дистанційні та інноваційні освітні технології. Тому актуальною залишається підготовка майбутніх учителів, які матимуть насамперед не лише досить високий рівень математичної підготовки, а й будуть готовими використовувати сучасні технології в навчальному процесі.

**Мета даної публікації** є розкрити основні переваги та можливості застосування програмного середовища GeoGebra під час розв'язування задач на побудову за допомогою циркуля та лінійки, а також показати доцільність дослідження розв'язків у даній програмі.

**Виклад основного матеріалу.** Основним із завдань вивчення шкільної математики і математичних дисциплін у педагогічних закладах вищої освіти є навчати учнів та студентів правильному сприйманню навколишнього світу. Безсумнівно ж для цього геометрія має більше можливостей. Йдеться про розвиток: логічного мислення; просторової уяви; пам'яті; активізацію їхньої розумової діяльності; формування просторових уявлень; вміння конструювати математичні об'єкти із заданими властивостями; формування самостійності навчальної діяльності; формування чітких уявлень про взаємовідношення геометричних тіл і відношень між ними з об'єктами навколишнього світу. Тобто говоримо про формування навичок застосування геометрії до розв'язування практичних завдань.

У педагогічних закладах вищої освіти необхідно звертати особливу увагу майбутніх учителів математики на програмні пакети з математичних програм.

Застосування програми GeoGebra у навчальному процесі надає можливість: створити динамічні моделі для ілюстрації, візуалізації та демонстрації різних математичних понять, означень, теорем тощо; впровадити конструктивний напрям у навчанні; організувати евристичну діяльність; підготувати навчальні матеріали шляхом співпраці.

Упродовж останніх років використовую програмне середовище Geogebra під час викладання навчальної дисципліни «Конструктивна геометрія» для студентів математичних спеціальностей. Зокрема, для вивчення розділу «Розв'язування задач на побудову за допомогою циркуля та лінійки».

На лекційних і практичних заняттях використовую візуалізацію динамічності побудови геометричних рисунків, виконаних у середовищі Geogebra. Наведемо приклад тем та деяких задач.

1) Основні геометричні місця точок на площині (The main locus on a plane).

Задача. Побудувати геометричне місце точок площини, що розділяють усі можливі хорди кола  $(O, OA)$ , які проведені через точку  $A$  кола, в одному і тому самому відношенні  $l$ . (рис. 1)

Problem. Construct the locus of points in the plane separating all possible chords circle  $(O, OA)$ , which are conducted through point  $A$  circle in one and the same respect.

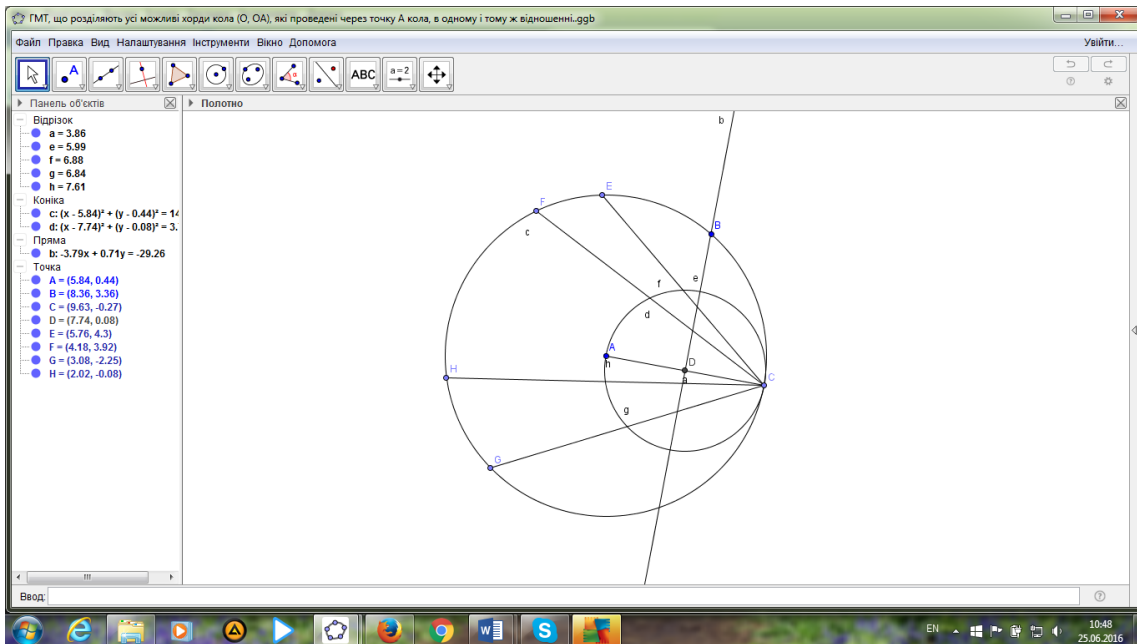


Рис. 1

2) Симетрія відносно прямої (Symmetry relatively straight).

Задача. Дана пряма і два кола. Побудувати квадрат так, щоб дві його вершини лежали на прямій, а дві інші на двох даних колах. (рис. 2)

Problem. This direct and two circles. Build a square so that its two top lay on the line, the other two on two data circuits.

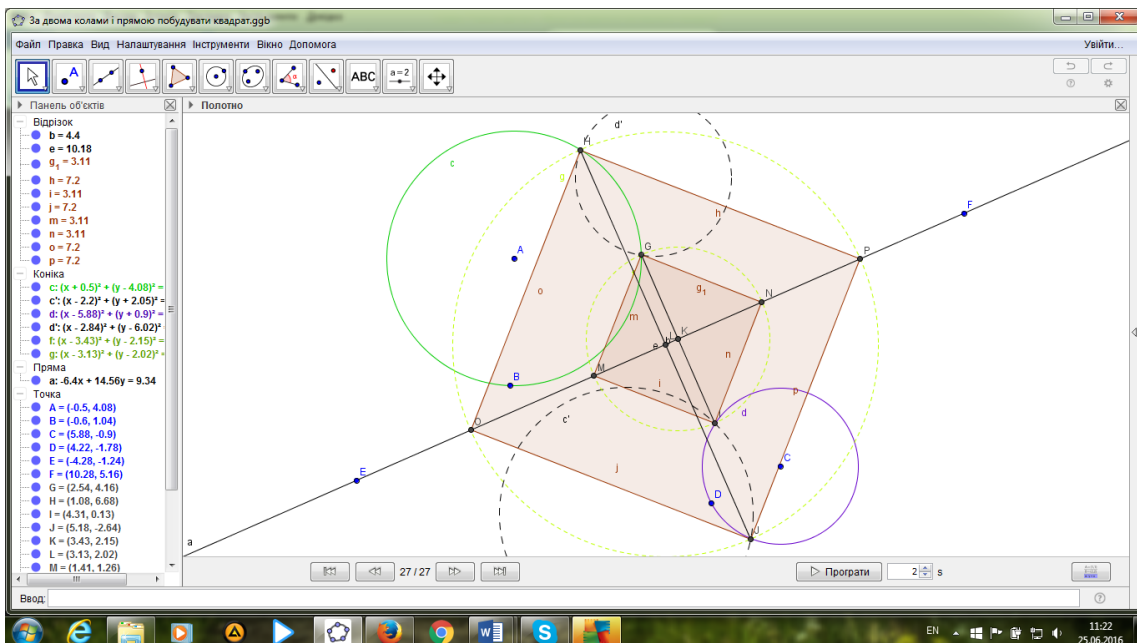


Рис. 2

3) Гомотетія і подібність (Homothetic transformation and similarity).

Задача. Вписати у даний сегмент квадрат так, щоб дві його вершини лежали на стороні сегмента, а дві інші – на дузі сегмента. (рис. 3)

Problem. Type in this segment in the square so that its two top lay on the side of the segment, the other two - the arc segment.

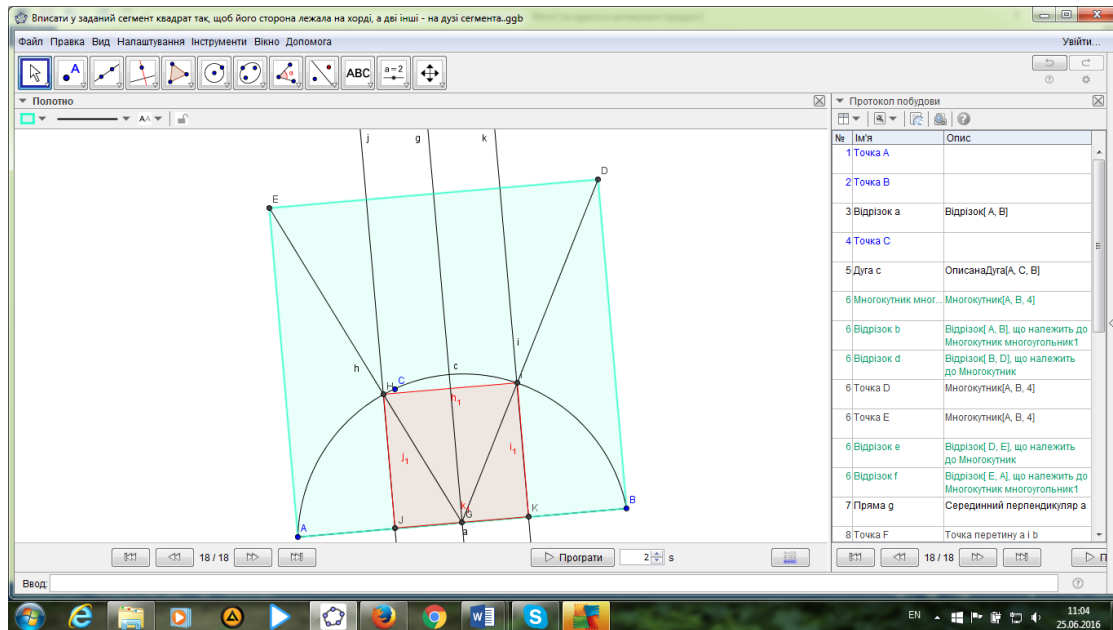


Рис. 3

Задача. У заданий кут вписати коло так, щоб воно проходило через задану точку. (рис. 4)

Problem. In a given angle inscribed circle so that it passes through a given point.

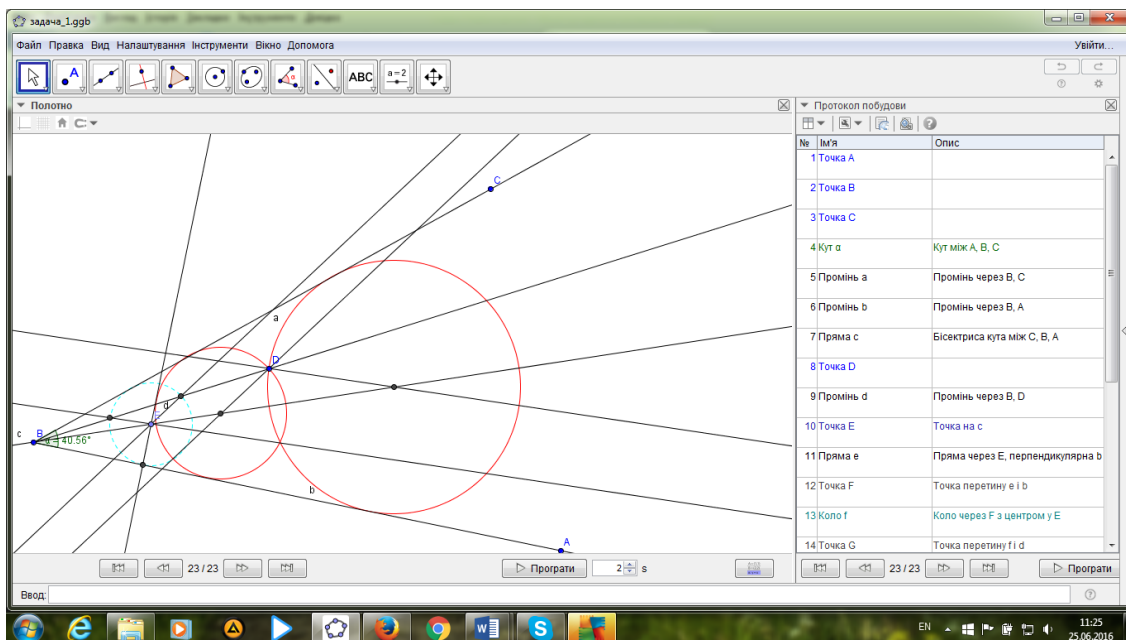


Рис. 4

4) Поворот навколо точки (Rotate around point).

Задача. Дано дві прямі  $a, b$  і точка  $C$ . Побудувати рівносторонній трикутник  $ABC$  так, щоб  $A \in a, B \in b$ . (рис. 5)

Problem. Given two straight lines  $a, b$  and point  $C$ . Construct an equilateral triangle  $ABC$  so that  $A \in a, B \in b$ .

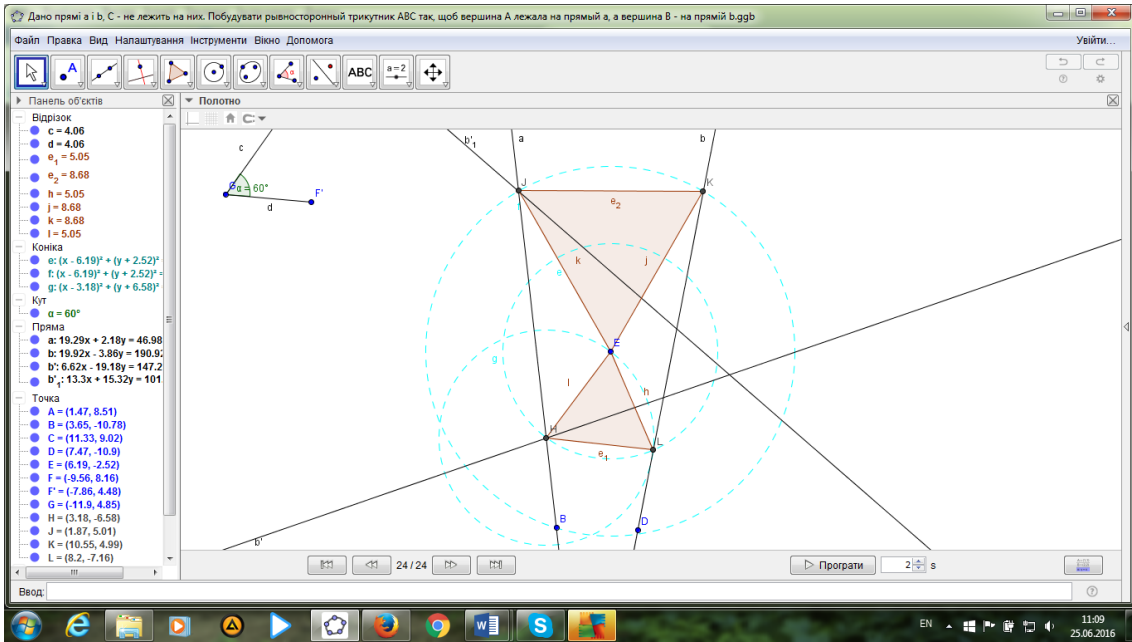


Рис. 5

5) Алгебричний метод (Algebraic method).

Задача. Дано трикутник ABC. Побудувати три кола з центрами у вершинах трикутника так, щоб вони попарно дотикалися. (рис. 6)

Problem. Given a triangle ABC. Construct three circles with centers at the vertices of the triangle so that they touched in pairs.

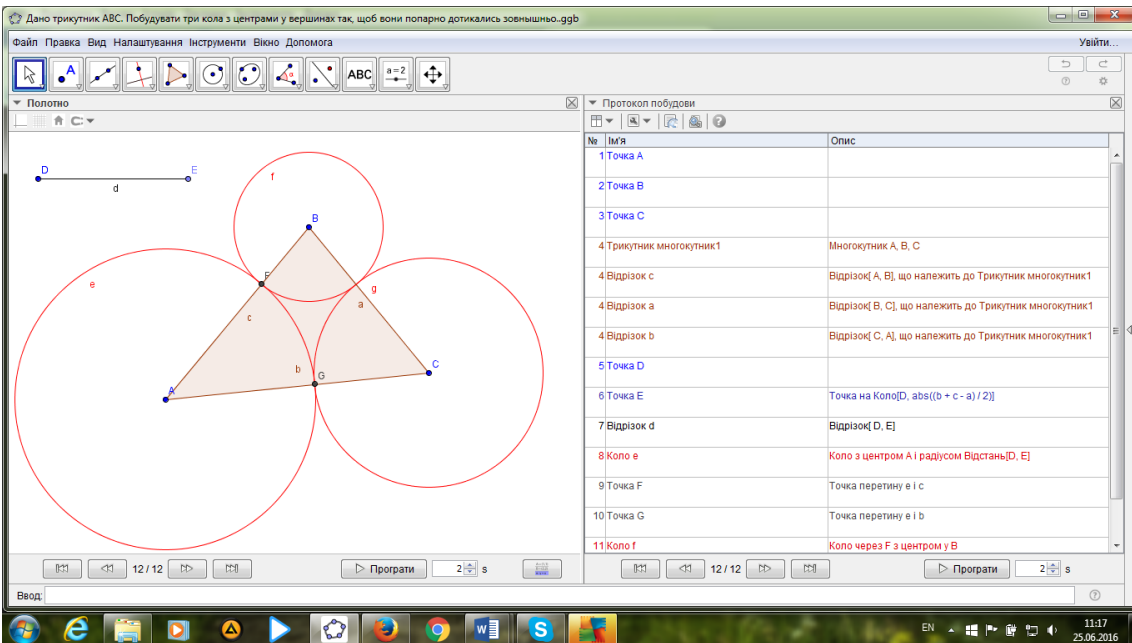


Рис. 6

- б) Метод інверсії (Inversion method) (рис. 7).  
 ба) Інверсія точки ( Inversion point)

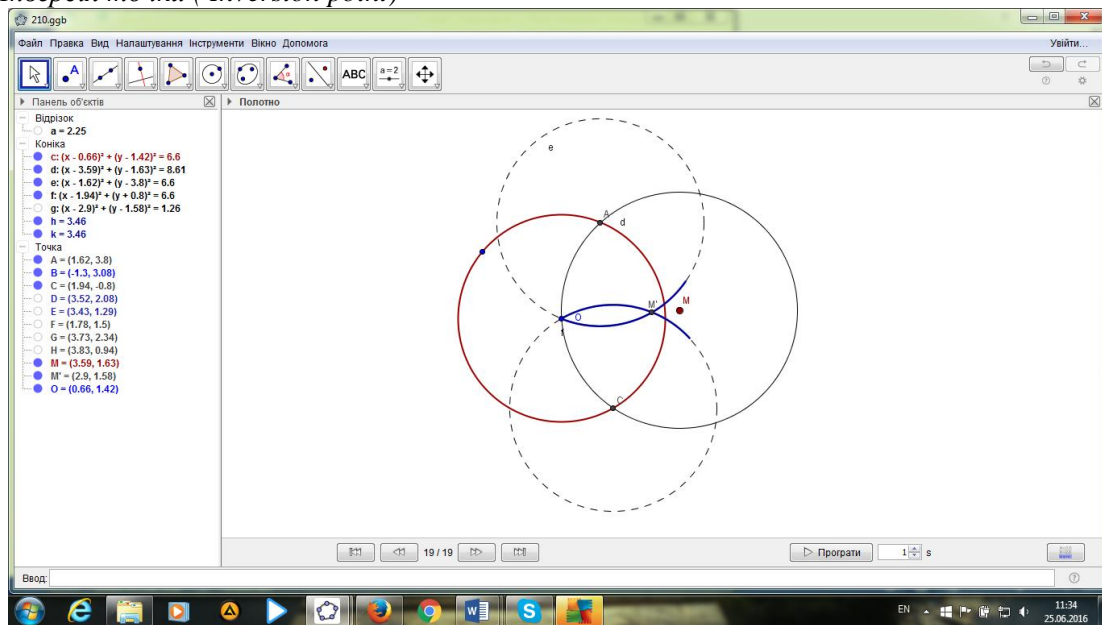


Рис. 7

- бб) Інверсія прямої (Inversion direct) (рис. 8).

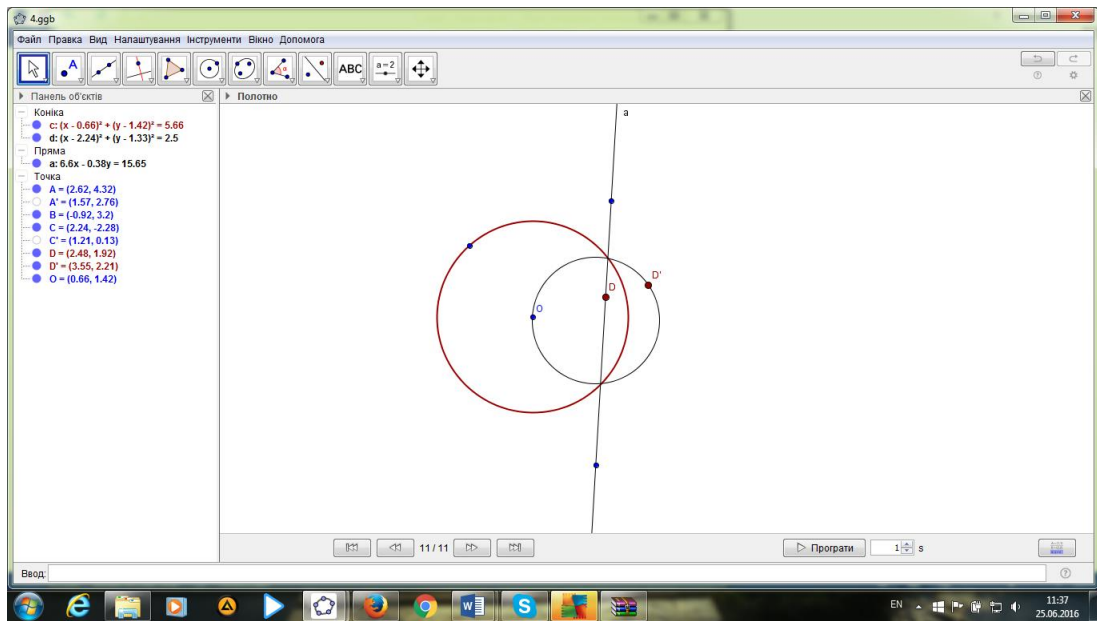


Рис. 8

- бв) Інверсія кола (Inversion range) (рис. 9).

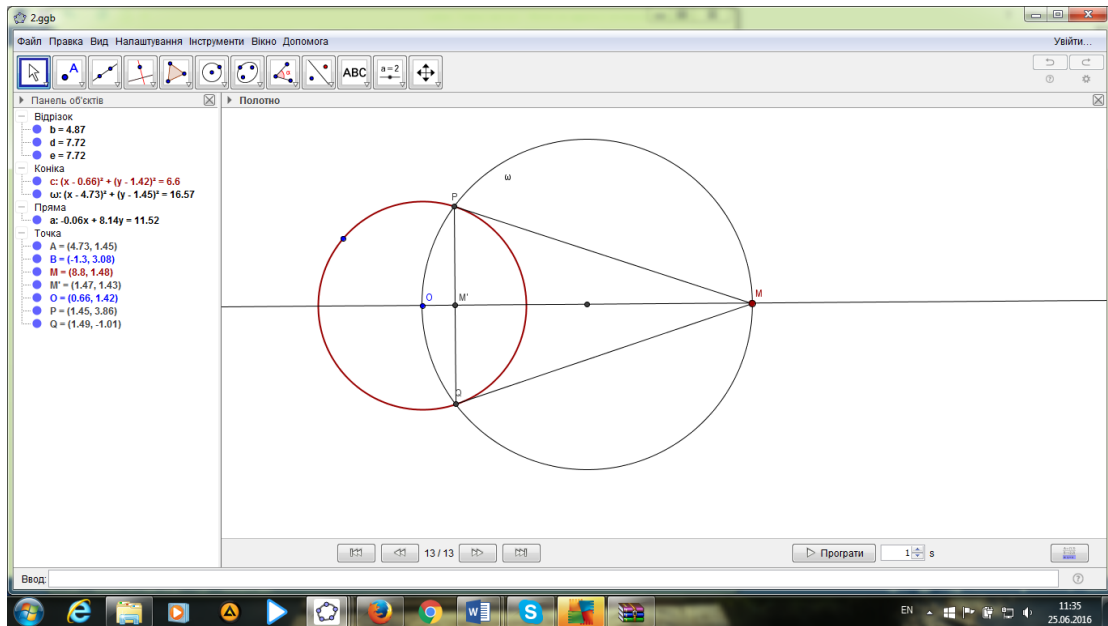


Рис. 9

7) Побудова образів простих фігур (Construction images of simple shapes)

Задача. Побудувати образ ромба при інверсії. (рис. 10)

Problem. Build with diamond image inversion.

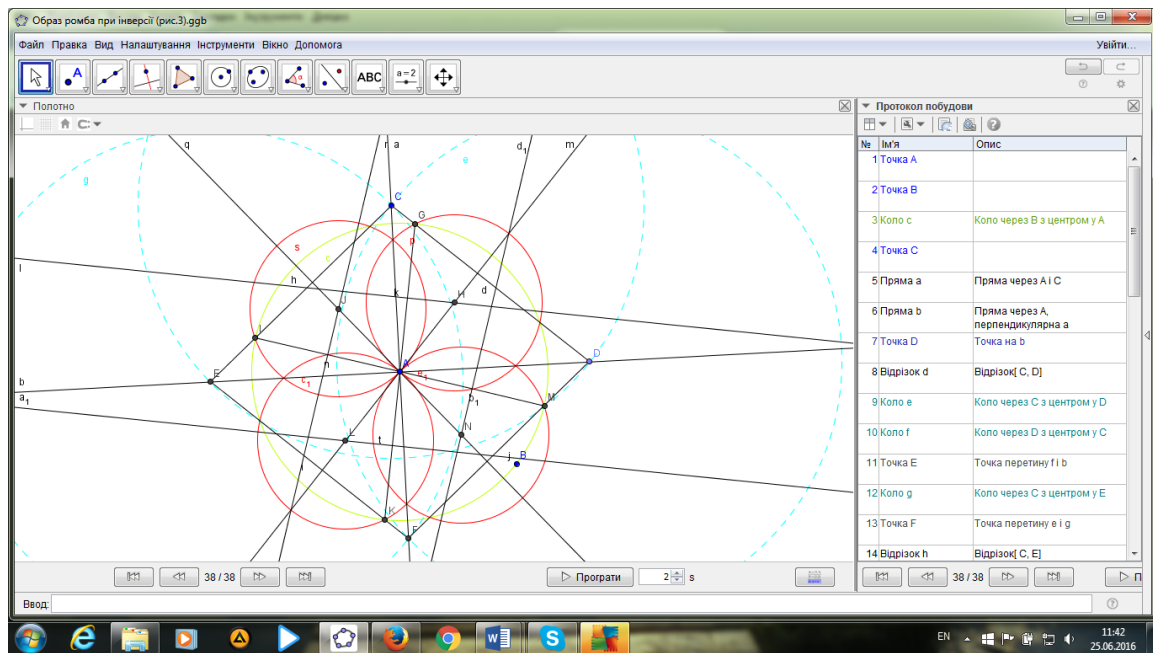


Рис. 10

8) Кола Аполлонія (Circles of Apollonius)

Задача. Дано коло  $\omega$  і дві точки  $A$  та  $B$ , які не лежать на ньому. Побудувати коло, яке проходить через точки  $A$  і  $B$  та дотикається до кола  $\omega$ . (рис. 11)

Problem. Given a circle and the two points and that do not lie on it. Construct a circle that passes through the points and and tangent to the circle.

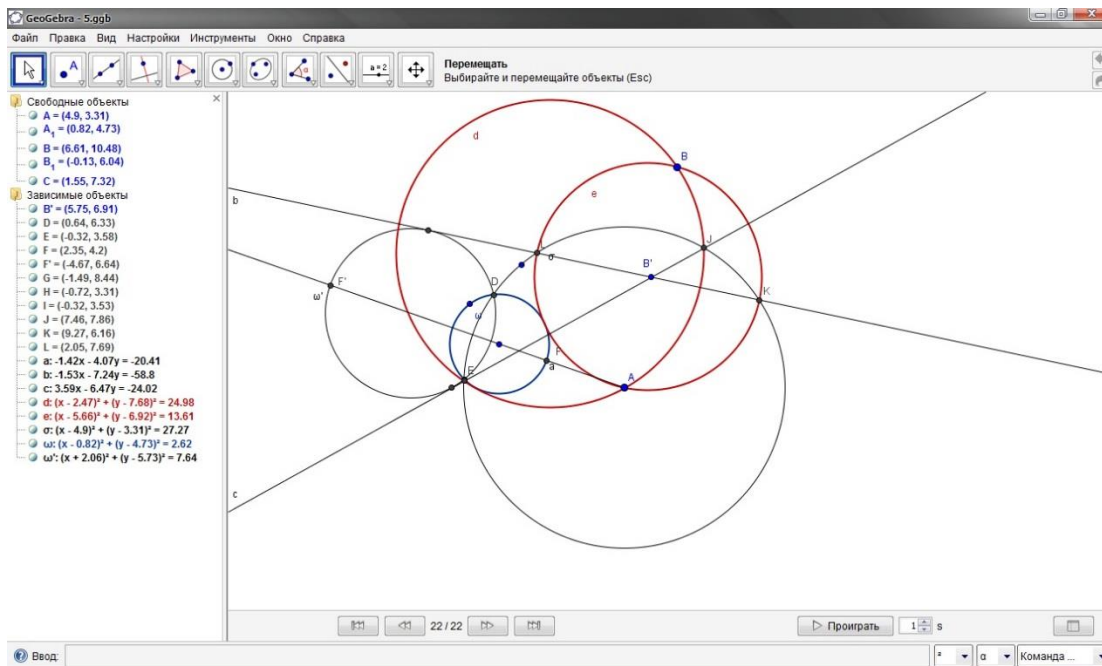


Рис. 11

Динамічний рисунок демонструє кроки побудови як анімацію. Тому можна проводити дослідження щодо існування розв'язків та їх кількості. Змінюючи на рисунку початкове положення окремо кожної з точок  $A$  та  $B$ , кола  $\omega$  чи кола інверсії (з центром у точці  $A$ ) бачимо як змінюватиметься розташування допоміжних,  $a$ , отже, і шуканих фігур. Задача може не мати розв'язків (якщо, наприклад, одна з точок  $A$ ,  $B$  є внутрішньою точкою відносно кола  $\omega$ , а друга – зовнішня), може мати тільки один розв'язок (якщо наприклад, точки  $A$  і  $B$  лежать на дотичній до кола  $\omega$ ) і два розв'язки. На рисунку задача має два розв'язки.

Як показує досвід, такі динамічні рисунки сприяють розвитку просторової уяви, просторового і логічного мислення, просторового бачення студента, спонукають його до міркувань щодо конструктивних властивостей заданих і шуканих фігур, які він успішно використовує під час розв'язування наступних задач.

Презентації розроблених до лекції додатків з динамічними рисунками сприяють:

- реалізації практичної і прикладної спрямованості вивчення геометрії, використанню міжпредметних зв'язків, наступнісних зв'язків із вивченими темами,
- формуванню в студентів графічної культури, інтересу до геометрії як навчальної дисципліни,
- мотивації навчальної діяльності.

Мультимедійні презентації можна використовувати не лише для показу на стінному екрані, але й для індивідуального перегляду на комп'ютері. Це відкриває нові можливості для самоосвіти студентів.

Студенти також самостійно створюють, проектують і розробляють комп'ютерні презентації і проекти.

Як показує досвід, використання Geogebra в процесі навчання дисциплін «Аналітична геометрія» і «Конструктивна геометрія» у педагогічних закладах вищої освіти сприяє формуванню світоглядного сприйняття студентами навколишнього світу. Навчання геометрії розвиває логічне мислення, просторову уяву, пам'ять, вміння конструювати математичні об'єкти із заданими властивостями та комбіноване сприйняття геометричних тіл і відношень між ними з об'єктами навколишнього світу в контексті міжпредметності зв'язків.

**Висновки.** Таким чином, динамічні й графічні можливості програми GeoGebra надають можливість проводити аналіз та спростувати розв'язання геометричних задач за допомогою створення динамічної моделі досліджуваного об'єкта. Цим самим спонукаючи до дослідження задач, розвитку просторової уяви, логічного мислення учнів та студентів, а також вміння прогнозувати результати дослідження. А це є основою для того, щоб заняття з геометрії стали більш змістовними й ефективними.

*Тютюн Любов Андріївна* – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, e-mail: lyubov.tyutyun@gmail.com