

**М. Б. Ковальчук  
Н. В. Сачанюк-Кавецька**

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В СИСТЕМІ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ MAPLE, ЯК ЗАСІБ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ**

Вінницький національний технічний університет

### **Анотація**

*В даній доповіді розглянуто можливість активізації пізнавальної діяльності студентів на заняттях з «Вищої математики» шляхом математичного моделювання в системі комп'ютерної математики Maple. Розглянуто огляд проблем та постановка задачі математичного моделювання в даній системі. Наведено можливі приклади використання системи Maple при вивченні диференціальних рівнянь.*

**Ключові слова:** системи комп'ютерної математики, математичне моделювання, диференціальне рівняння

### **Abstract**

*This report discusses the possibility of activating the cognitive activity of students in classes in "Higher Mathematics" by mathematical modeling in the system of computer mathematics Maple. The review of problems and statement of a problem of mathematical modeling in the given system is considered. Possible examples of using the Maple system in the study of differential equations are given.*

**Keywords:** computer mathematics systems, mathematical modeling, differential equation

Значну роль в сучасному розвитку суспільства відіграє інформатизація – процес, суть якого полягає в розвитку і широкомасштабному застосуванні методів і засобів отримання, накопичення, обробки, передачі, зберігання, подання та використання інформації, що забезпечує систематизацію наявних і отримання нових знань та їх використання суспільством для поточного управління і подальшого вдосконалення і розвитку.

Інформатизація суспільства забезпечує активне використання його інформаційного потенціалу, інтеграцію інформаційних технологій з науковими і виробничими, інтелектуалізацію людської діяльності, високий рівень інформаційного обслуговування, розвиток творчого потенціалу індивіда.

Одним із ключових умінь майбутнього фахівця технічного профілю є здатність застосовувати математичні методи в поєднанні з інформаційними технологіями. Тому в навчанні математики різні комп'ютерні технології відіграють важливу роль, оскільки вони забезпечують активну участь студентів в процесі навчання, індивідуальний підхід, наочність в представленні інформації.

Володіння хоча однією із систем комп'ютерної математики (СКМ), таких як Maple [1-3], Mathematica, Mathcad, MATLAB, Maxima дозволяє майбутньому фахівцю, який не володіє повною мірою технікою математичних перетворень, самостійно вирішувати складні прикладні завдання [4-7].

З появою і розвитком інформаційних технологій актуальною стала проблема застосування СКМ в освіті, особливо для спеціальностей інженерного напрямку. Досить часто недостатній рівень знань математичних методів призводить до того, що студенти, а інколи і фахівці, практично не використовують аналітичні методи розрахунку, а використовують якісні описи, експеримент або емпіричні співвідношення.

Наприклад, теорія звичайних диференціальних рівнянь є одним із основних інструментів математичного природознавства. Диференціальні рівняння активно використовуються для побудови

найрізноманітніших моделей – фізичних, економічних, біологічних та багатьох інших. Метою вивчення курсу диференціальних рівнянь в технічному вузі, на нашу думку, є математичне моделювання. Навчання методам розв'язування та огляд прикладів застосування диференціальних рівнянь є пропедевтикою моделювання і прогнозування.

Вивчення диференціальних рівнянь у курсі «Вищої математики» в основному орієнтується на формальне розв'язування стандартних типів рівнянь. При цьому значну частину складають систематичні методи пошуку розв'язку. Студенти концентруються на запам'ятовуванні цих методів для знайомих (ідентифікованих) типах рівнянь.

Найбільш широко в дисциплінах технічного спрямування використовуються лінійні диференціальні рівняння другого порядку з двома незалежними змінними. Їх розв'язання зазвичай легко алгоритмізується, але важко сприймається студентами нематематичних факультетів. Наприклад, опитування студентів факультету електроенергетики та електромеханіки ВНТУ показало, що 80% із них вважають розділ «Рівняння математичної фізики», а саме там розглядаються лінійні диференціальні рівняння у частинних похідних, надзвичайно складними для сприйняття. Причинами такого результату є деяка абстрактність та мала ступінь наочності. Як відзначається в [2], графічна візуалізація матеріалу і особливо динамічна візуалізація засобами СКМ допомагає якісному засвоєнню абстрактного матеріалу, а також глибшому розумінню досліджуваних об'єктів та явищ.

Слід також зазначити, для нефахівців в галузі математики набагато важливішим є аспект математичного формулювання моделі та її дослідження, ніж тонкощі, пов'язані з теорією диференціальних рівнянь. Тому роботу з диференціальними рівняннями для студентів можна максимально спростити через перенесення акценту на комп'ютерні дослідження та з'ясування змісту цих рівнянь. Більше того, в ході побудови математичних і комп'ютерних моделей, студенти засвоюють необхідні фундаментальні знання і вчать їх практично застосовувати. Побудова математичної моделі і її комп'ютерна реалізація виховують строгість математичного мислення, його культуру і технологічність. Цей шлях є найефективнішим способом залучення молоді в сучасну інженерну науку. Відзначимо, що процес побудови математичної моделі відображає процес пізнання людиною навколишнього світу, тому ідеально підходить для побудови на його основі моделі інформатизації математичної освіти. На нашу думку, трикомпонентна схема математичного моделювання *модель* → *алгоритм* → *програма* повинна бути покладена в основу математичної освіти.

Серед основних освітніх вимог до математичної моделі можна виділити такі: багатопараметричність, можливість графічної тривимірної реалізації, інтерактивність, можливість побудови анімаційних уявлень. Численні дослідження проведені різними авторами [8-14] показують, що серед відомих СКМ Maple є найбільш прийнятною для математичного моделювання. Відзначається простота інтерфейсу та відповідність мови програмування стандартній математичній мові. Зокрема, в дослідженнях, які присвячені порівняльному аналізу Maple та Mathematica відзначається, що Maple, підтримуючи досить розвинену процедурну мову програмування, найкращим чином відповідає завданням освітнього характеру і, зокрема, вдосконаленню викладання математично орієнтованих дисциплін для університетів. Візуалізація математичних структур відіграє важливу роль у вищій освіті, оскільки засвоєння фундаментальних понять є основою для розуміння процесу математичного моделювання та оволодіння методами комп'ютерного моделювання, що створює передумови для інноваційного розвитку сучасної технічної освіти, зокрема система Maple має чудову якість тривимірної динамічної графіки, а також прості засоби створення авторських бібліотек процедур.

Така потужна система, як Maple може змінити уявлення студентів про диференціальні рівняння, їх роль та можливості застосування в науці та інженерній справі. Її можна використовувати як для розрахунків, так і для графічної візуалізації з метою поглиблення розуміння концепцій, сутності задач, трактування моделей та розв'язків.

Наведемо приклад використання СКМ Maple для візуалізації математичної моделі. Нехай маємо прямокутну мембрану  $U''_n(x, y, t) = a^2 (U''_{xx}(x, y, t) + U''_{yy}(x, y, t))$  [15], з відповідними крайовими умовами. Щоб уявити, як буде коливатися ця мембрана створюється анімаційна картинка (рис.1-2).

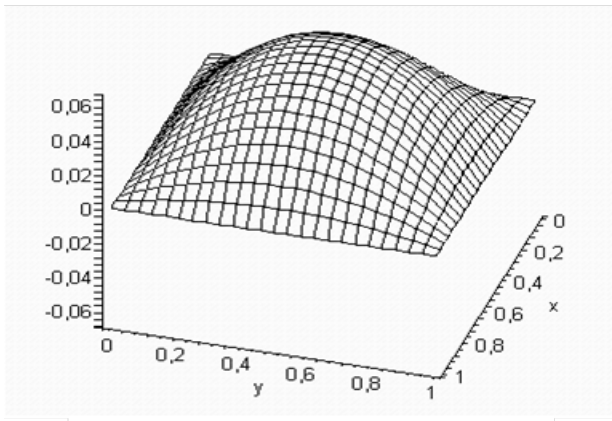


Рисунок 1 – Коливання мембрани в момент часу  $t = 1c$

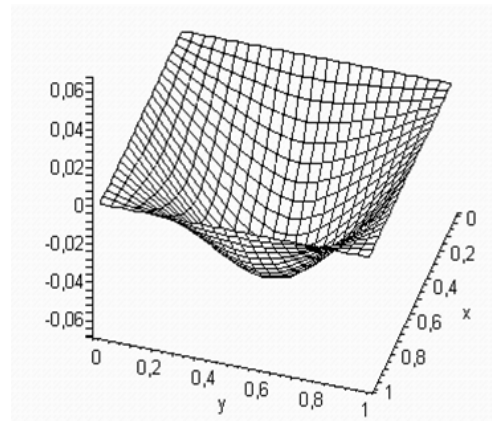


Рисунок 2 – Коливання мембрани в момент часу  $t = 4c$

Окрім того, функціональний алгоритм зведення до канонічного виду рівнянь гіперболічного типу можна подати у вигляді таблиці. В таблиці 1 наведено фрагмент такого функціонального алгоритму.

Таблиця 1 – Фрагмент функціонального алгоритму зведення до канонічного виду рівняння гіперболічного типу

1. Задаємо коефіцієнти рівняння і саме рівняння	
Рядок введення	<code>&gt; a := A, 2*B, C, D, E, F, G;</code>
Рядок виведення	$a := A, 2 B, C, D, E, F, G$
Рядок введення	<code>&gt; equ := a [1]*diff (u (x, y) , x, x)+a [2]*diff (u (x, y) , x, y)+a [3]*diff (u (x, y) , y, y)+a [4]*diff (u (x, y) , x)+a [5]*diff (u (x, y) , y)+a [6]*u (x, y)+a [7]=0;</code>
Рядок виведення	$equ := A \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, y) \right) + 2 B \left( \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} u(x, y) \right) + C \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x, y) \right) + D \left( \frac{\partial}{\partial x} u(x, y) \right) + E \left( \frac{\partial}{\partial y} u(x, y) \right) + F u(x, y) + G = 0$
Рядок введення	<code>&gt; eq := lhs (equ) ;</code>
Рядок виведення	$eq := A \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, y) \right) + 2 B \left( \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} u(x, y) \right) + C \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x, y) \right) + D \left( \frac{\partial}{\partial x} u(x, y) \right) + E \left( \frac{\partial}{\partial y} u(x, y) \right) + F u(x, y) + G$
2. Формуємо матрицю старших коефіцієнтів і обчислюємо її визначник	
Рядок введення	<code>&gt; M:=linalg[matrix] (2, 2, [coeff (eq, diff (u (x, y) , x, x) ) , coeff (eq, diff (u (x, y) , x, y) ) / 2, coeff (eq, diff (u (x, y) , x, y) ) / 2, coeff (eq, diff (u (x, y) , y, y) ) ] ) ;</code>
Рядок виведення	$M := \begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}$
Рядок введення	<code>&gt; Delta := (linalg [det] (M) ) ; N := Delta;</code>
Рядок виведення	$\Delta := AC - B^2$ $N := AC - B^2$

Як показала практика використання даних функціональних алгоритмів при роботі із студентами технічних спеціальностей, такі алгоритми є наочними, інтерактивними, багатопараметричними для

забезпечення можливості проведення чисельних експериментів та відображають основні властивості досліджуваної моделі. Зауважимо, що багатопараметричність створюваних комп'ютерних моделей є найважливішим фактором, який дозволяє керувати математичною моделлю, тобто проводити комп'ютерне моделювання.

Інтенсифікація застосування методів математичного та комп'ютерного моделювання при вивченні всіх базових курсів математики в технічному університеті з подальшою інтеграцією цільових завдань цих курсів із завданнями фундаментальних і прикладних наук дозволяють реалізувати глибше проникнення інформаційних технологій в саму суть цих предметів і тим самим істотно переорієнтувати навчальний процес і зробити його ефективнішим.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Баганов Є. О. Методи розрахунків на ЕОМ: навчальний посібник для студентів напряму 090500 «Енергетика». Херсон: ХНТУ, 2008. 270 с.
2. Сачкова О. А. Динамические модели дифференциальных уравнений в учебном процессе. Тезисы докладов XIII международной научной конференции «Системы компьютерной математики и их приложения». Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2012. Вып. 12. С. 47-49.
3. Игнатъев Ю. Г., Абдулла Х. Х. Математическое моделирование нелинейных обобщенно - механических систем в системе компьютерной математики Maple. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки, 2010. №2 (14). С. 67 – 77.
4. Дьяконов В. П. Maple 9.5/10/11 в математике, физике и образовании. Москва: ДМК Пресс, СОЛОН -ПРЕСС, 2011. 752 с.
5. Сдвижков О. А. Математика на компьютере: Maple 8. – Москва: СОЛОН - Пресс, 2003. 176с.
6. Шевченко А. С. Использование математического пакета Maple при проведении лабораторных работ по курсу «Численные методы». *Молодой ученый*. 2015. №9. С. 1222 - 1225.
7. Шевченко А. С. Использование систем компьютерной алгебры в учебном процессе. *Научно-методический электронный журнал «Концепт»*. 2016. Т. 15. С. 206–210. URL: <http://e-koncept.ru/2016/86942.htm> (Дата звернення 15.12.2018).
8. Аладьев В.З., Бойко В.К., Ровба Е.А. Программирование в пакетах Maple и Mathematica: Сравнительный аспект. Гродно: Изд-во Гродненского госуниверситета, 2011, 518 с.
9. Бушкова В.А. Библиотека программных процедур создания управляемой оснащенной динамической визуализации геодезических линий в СКМ Maple. Вестник ТГГПУ. 2011. №4(26). С. 8–10.
10. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. Москва: Солон- Пресс. 2006. 720 с.
11. Голоскоков Д. П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple: учебник для вузов. Питер, 2004. 539 с.
12. Корнилов В. С. Modern information and communication technologies in humanitarian studies mathematical models of inverse problems for differential equations. Vestnik PFUR: Informatization of Education. 2007. № 1. С. 64-98.
13. Матросов А. В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб.: БХВ-Петербург, 2001. 528 с.
14. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. Москва: Физматлит, 2005. 320 с.
15. Петрук В. А. Вища математика з комп'ютерною підтримкою. Рівняння математичної фізики: навчальний посібник / Петрук В. А., Ковальчук М. Б., Сачанюк-Кавецька Н. В. – Вінниця: ВНТУ, 2012. 157 стор.

**Ковальчук Майя Борисівна** – к.пед.н., доцент, доцент каф. ВМ Вінницького національного технічного університету, м.Вінниця, e-mail: [maya.kovalchuk@gmail.com](mailto:maya.kovalchuk@gmail.com)

**Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна** – к.т.н., доцент, доцент каф. ВМ Вінницького національного технічного університету, м.Вінниця, e-mail: [skn1901@gmail.com](mailto:skn1901@gmail.com)

**Kovalchuk Maya B.** – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor the department of Higher mathematics Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [maya.kovalchuk@gmail.com](mailto:maya.kovalchuk@gmail.com)

**Sachaniuk-Kavets'ka Natalia V.** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor the department of Higher mathematics Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [skn1901@gmail.com](mailto:skn1901@gmail.com)