

ЗАСТОСУВАННЯ ІМІТАЦІЙНОЇ СХЕМИ У МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ СТОХАСТИЧНОСТІ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

¹ Львівський національний університет імені І.Франка;

² Національний лісотехнічний університет України

Анотація

Проаналізовано передумови врахування еколого-економічних суперечностей при імітаційному моделюванні глобальних процесів. На основі моделі Дж. Форрестера у відповідні диференціальні рівняння введено деякі стохастичні коефіцієнти, які характеризують імовірності перебігу певних процесів та явищ.

Ключові слова: імітаційна модель, екологічна економіка, стохастичні фактори, система диференціальних рівнянь.

Abstract

The necessity of analysis of environmental economic factors for modeling of global processes is motivated. On the basis of improvement of J. Forrester's model, feasibility of taking into account stochastic factors during mathematical modeling of such processes is proposed.

Keywords: imitative model, environmental economics, stochastic factors, system of differential equations.

Вступ

Постійне підвищення рівня наукової обґрунтованості рішень та прогнозування можливих результатів є необхідним при забезпеченні ефективності будь-якої діяльності. Одним із таких підходів є імітаційне моделювання, що полягає у відтворенні досліджуваного процесу при деяких варіантах керування, що визначаються експертами, з подальшим аналізом отриманого результату. При цьому використовується такий алгоритм побудови імітаційної системи: системний аналіз проблеми; вибір якісних альтернатив її розв'язування; побудова основної моделі об'єкта дослідження; побудова системи спрощених моделей; вибір розв'язку; верифікація отриманих результатів [1].

Математичному моделюванню має передувати системний аналіз досліджуваної проблеми, важливою є організація взаємодії між замовником – особою, що приймає рішення, та дослідником – математиком – розробником моделі. Для математика, як правило, складно самому розібратися в нюансах функціонування конкретної системи. Однак і замовник не завжди може чітко поставити задачу і сформулювати вимоги до моделі. Тому тільки в процесі тривалого спільного обговорення поступово може вдатися адекватна постановка імітаційної моделі. Існує ряд методів, що забезпечують процедуру системного аналізу. Наприклад, для аналізу складних еколого-економічних проблем доцільно використовувати так званий граф цілей і задач, який має вигляд ієрархічної структури, що складається зі скінченної кількості рівнів. На кожному проміжному рівні розміщені певні задачі, які необхідно вирішити для досягнення цілей вищого рівня. Зокрема, для розв'язування задач конкретного проміжного рівня необхідно за допомогою наявних ресурсів розв'язати задачі нижчого рівня. Побудова графу цілей і задач починається з найвищого рівня, тобто з формулювання кінцевих цілей, потім формується рівень задач, які необхідно розв'язати для досягнення цих цілей. Поступово вдається підійти до проблеми, розв'язання якої є метою створення імітаційної системи. Крок системного аналізу завершується побудовою концептуальної моделі об'єкта дослідження, яка відображає уявлення про об'єкт аналізу дослідника і замовника. Ступінь формалізації конкретної моделі залежить від складності об'єкта (проблеми), яка вивчається і може суттєво змінюватися – від чіткої математичної моделі для простих систем до суто вербального опису дуже складних ситуацій. Концептуальна модель займає про-

міжне місце між цими двома граничними випадками, зручним засобом для її побудови є розробка графів, блок-схем, графіків, діаграм тощо. Формулювання критеріїв оцінки якості розв'язання проблеми також є важливим результатом системного аналізу. Метою роботи є демонстрація можливості застосування імітаційної схеми при математичному моделюванні стохастичності перебігу еколого-економічних процесів.

Імітаційна схема як інструмент моделювання еколого-економічних процесів

Для розв'язання наявної проблеми можна розробити велику кількість варіантів, однак знання і досвід замовника та експертів дає змогу заздалегідь відкинути більшість з них і залишити лише ті, аналіз яких можливий з використанням наявних математичних моделей. При цьому формується перелік якісних альтернатив розв'язку і наводиться аргументація, що обґрунтовує непридатність відкинутих варіантів. Вибрані альтернативи можуть бути основою для можливих майбутніх імітаційних експериментів. В зв'язку з високою розмірністю імітаційна модель має блочну структуру, кожен блок описує сукупність однорідних процесів – наприклад, функціонування різних галузей промисловості і аграрного сектора, соціально-демографічних явищ тощо. Кожну таку групу відносно незалежних процесів слід описувати за допомогою найбільш адекватного для неї математичного апарату, при цьому дотримуються принципу рівної точності опису блоків. Важливе значення при побудові математичних моделей має інформаційне забезпечення. Традиційними джерелами інформації є різні звіти, матеріали натурних досліджень, літературні джерела, INTERNET, статистичні дані тощо. При недостатності цих відомостей необхідно використовувати експертні оцінки. Якщо ж висновки різних експертів є розбіжними, то застосовують спеціальні методи колективної експертизи [1].

Побудована модель, яка описує досліджуваний об'єкт достатньо детально, як правило є настільки складною, що імітація залишається єдиним методом її аналізу. При цьому може вдатися здійснити тільки невелику кількість розрахунків, в той час як кількість допустимих варіантів розв'язку є дуже великою. Тому в імітаційній системі, крім основної моделі, будують ряд спрощених моделей, які призначені для попереднього наближеного (спрощеного) аналізу проблеми загалом і вибору тих варіантів розв'язку, які є сенс перевіряти в імітаційних експериментах з основною моделлю. Доцільно будувати не одну спрощену модель, а ієрархічну систему таких моделей, при переході до верхніх рівнів якої відповідні моделі стають щораз простішими і зручнішими для аналізу, а при русі вниз – щораз ближчими до основної моделі.

Отримання результату в імітаційній системі ґрунтується на послідовному зменшенні множини можливих варіантів шляхом відкидання неконкурентних або нездійснених альтернатив. Методи відкидання базуються як на математичних, так і на неформальних процедурах. При цьому важливого значення набуває той факт, що в процесі відбраковування варіантів можуть використовуватись соціальні й організаційні міркування, які погано формалізуються, але врахування яких є необхідною умовою для практичного застосування математичних моделей.

В підсумку необхідною є верифікація – перевірка якості, ступеня точності та надійності отриманого результату. Верифікацію можна здійснити теоретичним шляхом, порівнявши її з результатами застосування іншого методу, аналізом проблеми заново іншим спеціалістом; вивченням і усуненням джерел виникнення помилок; шляхом захисту отриманих результатів перед опонентом; інколи є можливою верифікація практикою.

Недоліком використання імітаційних моделей є складність організації і висока вартість, можливість аналізувати невелику кількість наперед підібраних варіантів, певні вимоги щодо інформаційного забезпечення. Одним із прикладів імітаційного моделювання можуть бути еколого-економічні моделі.

Імітаційна математична модель

Потребу в зміні традиційної економічної ментальності та необхідність формування нового еколого-економічного світогляду вперше було відзначено на радянсько-американському симпозиумі «Економічні аспекти охорони навколишнього середовища», (м. Цахкадзор, жовтень 1977 р.) у доповіді Ю.Ю.Туниці «Еколого-економічна оцінка виробництва як фактор охорони навколишнього середовища». Там було вперше обґрунтовано доцільність застосування ринкових підходів до вирішення проблеми охорони природи і раціонального використання природних ресурсів. Поставлена тоді проблема подолання еколого-економічних суперечностей ринкової економіки за допомогою гармонізації

взаємодії суспільства і природи й зараз є ключовою проблемою сучасності, а дослідження внутрішніх глибинних суперечностей між суто економічними та екологічними вимогами є важливим науковим питанням [2]. Як відомо, середовище життєдіяльності людини і природні ресурси становлять матеріальну основу як економічної, так і екологічної систем. Але традиційна економічна система враховує лише природні ресурси як сировинну базу різних секторів економіки, в той час як екологічна економіка природокористування розглядає триєдиний процес використання, охорони та відтворення об'єднаних компонентів еколого-економічної системи – навколишнього природного середовища і природних ресурсів. Природокористування, як і взагалі увесь процес виробництва матеріальних благ, супроводжується не лише економічними затратами, а й екологічними ефектами: змінами у просторі та часі якості навколишнього середовища, кількості та якості природних ресурсів. Ці зміни можуть мати як позитивний, так і негативний характер: поліпшення або погіршення природних умов життєдіяльності, зростання чи зниження кількості та якості природних ресурсів. Екологічний ефект може вплинути на економічні результати матеріального виробництва і невиробничої сфери, і тому екологічні витрати (сукупність видатків і збитків як у галузі природокористування та охорони природи, так і у господарській діяльності загалом) необхідно враховувати, у суспільному виробництві вони неминуче зростатимуть. Відповідно адекватні компенсаційні витрати на відтворення якісних умов природного середовища повинні відповідати рівню інтенсивності використання природних ресурсів та рівню забруднення навколишнього природного середовища. Усвідомлення цього дасть змогу підтримувати баланс між екологічною та економічною системами, забезпечувати постійний соціально-економічний прогрес суспільства. Ігнорування ж може спричинитися до погіршення якості навколишнього природного середовища, виснаження ресурсів, потреби у нових, екологічних видатках, ймовірності екологічних збитків, зрештою – до сповільнення, а то й припинення розвитку.

Таким чином, складність проблеми полягає в тому, що ринкова економіка руйнує природу, а нищення природи руйнує саму економіку. Відсутність екологічної компоненти в традиційних економічних системах можна пояснити тим, що значна частина екологічних ефектів господарської діяльності не піддається точним економічним оцінкам. Отже, подальший соціально-економічний розвиток суспільства є неможливим без розв'язання наявних екологічних проблем.

Існуючі природні системи є досить гнучкими й стійкими, проте такі їх властивості не є безмежними. Якщо на ранніх стадіях розвитку суспільства його вплив на природу був незначним і не викликав помітних змін у навколишньому середовищі, то зараз тиск факторів антропогенного походження стає таким потужним, що людина вже не може собі дозволити, як це було раніше, нехтувати його негативними наслідками. Масштаби впливу людини на різні компоненти біосфери з року в рік розширюються, це призводить до зміни життєво важливих параметрів довкілля, а тому побудова еколого-економічних математичних моделей глобального розвитку сучасного світу є актуальною задачею.

Однією з перших спроб такого економіко-екологічного моделювання була модель Дж. Форрестера [3], яка містить п'ять змінних у часі параметрів: P – чисельність населення Землі, V – виробничий капітал (основні фонди), S – частка сільськогосподарського капіталу в загальному виробничому капіталі, R – невідновлювальні природні ресурси, Z – забруднення навколишнього середовища. Ці параметри визначають ряд функцій, що характеризують взаємозв'язок найважливіших економіко-екологічних факторів розвитку суспільства.

Зміна чисельності населення відображає баланс між народжуваністю B та смертністю D (з урахуванням основних демографічних залежностей) $dP/dt = f_1(B, D)$. Диференціальне рівняння зменшення невідновлювальних природних ресурсів $dR/dt = f_2(P, V, S, M_S, E_R)$. Вважається, що природні ресурси зникають зі швидкістю, яка пропорційна до чисельності населення та деякого фактора R_M , який враховує уповільнення темпів видобутку ресурсів із зростанням матеріального рівня життя M_S . Ця залежність пов'язана з використанням природних ресурсів, перш за все, на предмети промислового виробництва, потреба в яких асимптотично прямує до насичення з підвищенням матеріального рівня життя M_S . В свою чергу, M_S виражається через параметри P, V, S та функцію $E_R(R_R)$, яка відображає зростання затрат на видобуток корисних копалин зі зменшенням їх запасів. Динаміка капіталовкладень описується рівнянням $dV/dt = f(P, M, C, T)$. Функція $V_M(M_S)$ характеризує приріст вкладів коштів населення у виробництво під впливом зростання матеріального рівня життя M_S ; сталі C_V та T_V – коефіцієнти, визначені на основі вивчення інвестиційних процесів та процесів зно-

шення основних фондів. Динаміку сільськогосподарського капіталу $dS/dt = f_4(S_F, F_R, S_Q, Z, T_S)$ описують функції S_F – вплив на величину сільськогосподарського капіталу рівня харчування F_R ; T_S – час, необхідний для перерозподілу капіталу; S_Q – залежність між сільськогосподарським капіталом і якістю життя. В свою чергу, якість життя визначається матеріальним рівнем життя M_S , кількістю продуктів на душу населення, щільністю населення та рівнем забруднення навколишнього середовища Z . Динаміка забруднення моделюється рівнянням $dZ/dt = f_5(P, Z_N, V_R, T_Z)$. Перший доданок описує генерацію забруднення і є пропорційним до чисельності населення P , сталої Z_N , яка відображає нормальний рівень забруднення, та функції $Z_V(V_R)$ – швидкості забруднення середовища при збільшенні граничного капіталу. Другий доданок характеризує процес природного розпаду забруднення, T_Z визначає час, який необхідний для зміни у певну кількість разів показника забруднення за відсутності нових забруднень.

Емпіричним матеріалом для визначення функціональних зв'язків між параметрами системи є усереднені дані світової статистики. Графіки прогнозованих тенденцій розвитку, отримані з моделі Дж. Форрестера [1], подано на рис. 1.

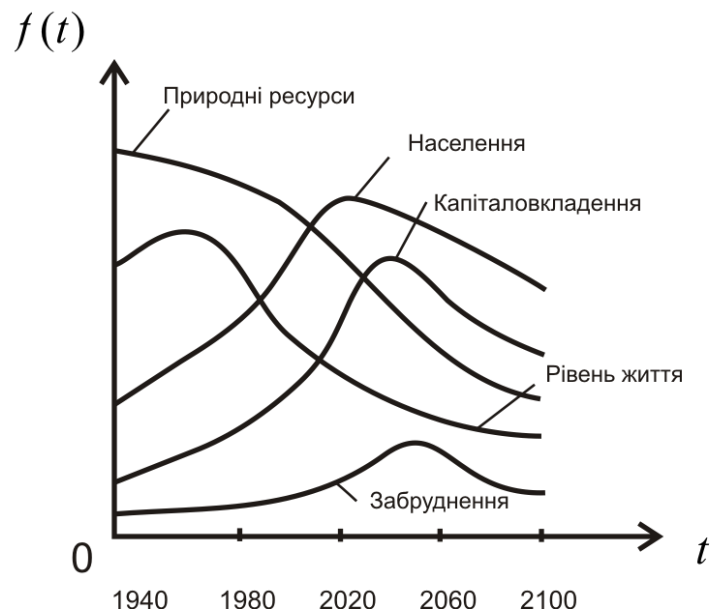


Рис. 1. Прогнозовані тенденції розвитку

Урахування стохастичності в математичній моделі

Оскільки зміна в часі значної частини параметрів, які входять у вищезгадані диференціальні рівняння, має випадковий характер, то цю математичну модель можна вдосконалити. Введемо стохастичні коефіцієнти γ_i , які характеризують ймовірності того, що відповідні явища (процеси) відбудуться. При цьому вважаємо, що $0 \leq \gamma_i \leq 1$, ($i = \overline{1,5}$). Їх можна підібрати, скориставшись χ^2 -критерієм

Пірсона [4] перевірки гіпотези про нормальний розподіл $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)$.

Граничне значення $\gamma_i = 0$ відповідає практичній неможливості процесу, а $\gamma_i = 1$ – достовірності його перебігу.

Модифіковані таким чином співвідношення утворюють систему диференціальних рівнянь, яка може бути наближеною стохастичною моделлю розвитку:

$$\begin{cases} dP/dt = \gamma_1 f_1(B, D) \\ dR/dt = \gamma_2 f_2(P, V, S, M_S, E_R) \\ dV/dt = \gamma_3 f_3(P, M_S, C_V, T_V) \\ dS/dt = \gamma_4 f_4(S_F, F_R, S_Q, Z, T_S) \\ dZ/dt = \gamma_5 f_5(P, Z_N, V_R, T_Z) \end{cases}$$

Отримані зміни в поведінці функції Форрестера при різних значеннях стохастичних коефіцієнтів γ_i зображено на рис. 2.

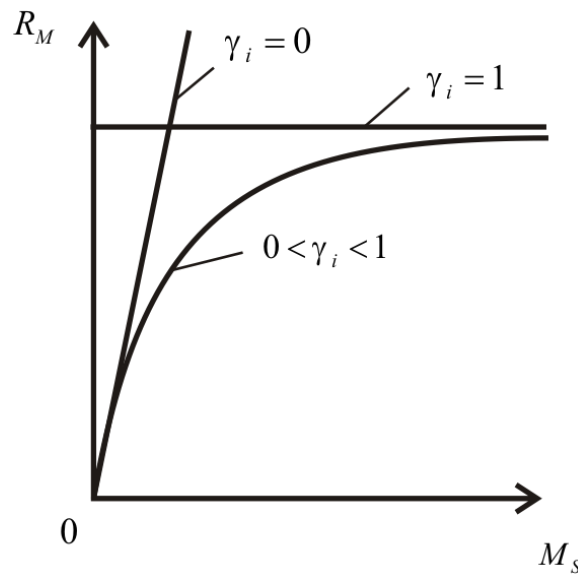


Рис. 2. Функція Форрестера з урахуванням стохастичності

Закон наростання швидкості забруднення середовища із збільшенням граничного капіталу при різних значеннях стохастичних коефіцієнтів γ_i подано на рис. 3.

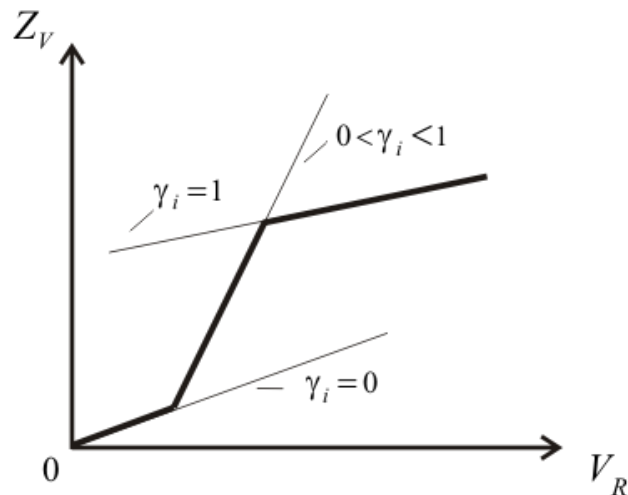


Рис. 3. Закон наростання швидкості забруднення середовища з урахуванням стохастичності

Висновки

Введення в диференціальні рівняння стохастичних коефіцієнтів дозволяє на основі моделі Дж. Форрестера побудувати уточнену імітаційно-математичну модель перебігу еколого-економічних процесів. При граничних значеннях $\gamma_i = 1, (i = \overline{1,5})$ отримуємо аналог кривих вихідної моделі (рис. 1). Із їх аналізу, зокрема, слідує, що найбільші капіталовкладення людство буде робити в 2040 році (напевно, ми тоді станемо найбагатшим, а потім чомусь будемо біднішати). Найбільшого рівня забруднення природного середовища очікуємо у 2050 році, потім екологічна ситуація покращуватиметься (можливо, тоді відбудеться якийсь різкий спад промислової діяльності). Також відзначимо, що згідно з моделлю максимум чисельності населення досягається у 2020 році, а далі йде його скорочення (можливо, це за рахунок цьогорічної пандемії COVID-19).

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ляшенко І.М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів / І.М. Ляшенко, М.В. Коробова, А.М. Столяр. – Тернопіль: Вид-во “Навчальна книга – Богдан”, 2006. – 304 с.
2. Туниця Ю.Ю. Екоекономіка і ринок: подолання суперечностей / Ю.Ю. Туниця. – К.: Вид-во “Знання”, 2006. – 314 с.
3. Форрестер Дж. Мировая динамика : пер. с англ. / Дж. Форрестер. – М.: Изд-во “Наука”, 1978. – 167 с.
4. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика / П.С. Сеньо. – К.: Вид-во “Центр навчальної літератури”, 2004. – 448 с.

Барабаш Галина Михайлівна — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичної економіки та економетрії, Львівський національний університет імені І.Франка

Ониськевич Володимир Михайлович — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математики і фізики, Національний лісотехнічний університет України

Barabash Galyna M. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assistant Professor of Mathematical Economics and Econometrics Department, Ivan Franko National University of Lviv, Lviv, e-mail: galynabarabash71@gmail.com

Onyshkevych Volodymyr M. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assistant Professor of Mathematics and Physics Department, Ukrainian National Forestry University, Lviv, e-mail: onyshkevych@nltu.edu.ua