УДК 004.2:004.942:681.3

А. А. Яровий
Є. О. Шемет
Л. М. Ваховська

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ МЕРЕЖЕВОЇ СТРУКТУРИ ПАРАЛЕЛЬНО-ІЄРАРХІЧНОЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

Вінницький національний технічний університет;

Анотація

Запропоновано математичну модель формування мережевої структури паралельно-ієрархічної обчислювальної системи, що може бути використано при навчанні паралельно-ієрархічних мереж в задачах розпізнавання образів та ідентифікації зображень.

Ключові слова: математичне моделювання, паралельно-ієрархічне перетворення, паралельно-ієрархічна обчислювальна система.

Abstract

The mathematical model for forming a network structure of a parallel-hierarchical computing system is suggested. Specified model can be used in the learning process of parallel-hierarchical networks in problems of pattern recognition and image identification.

Keywords: mathematical modeling, parallel-hierarchical transformation, parallel-hierarchical computing system.

Вступ

Підвищення продуктивності обчислювальної техніки має визначальне значення для розвитку фундаментальної науки, техніки, виробництва й обороноздатності держави. Створення об'єктів з високими технічними показниками потребує розроблення якісних багатофакторних моделей, що неможливо без високопродуктивних обчислювальних систем, тому проблема підвищення їх продуктивності є найбільш істотною й актуальною. Разом з тим, необхідно відзначити, що ефективність використання багатопроцесорних обчислювальних систем визначається не лише продуктивністю устаткування, але й застосуванням математичного забезпечення, адекватного використовуваній архітектурі й класам розв'язуваних задач. Це зумовлює розробку моделей і методів паралельних обчислень та їх реалізацію у вигляді системних і прикладних комп'ютерних засобів. Оскільки від них у значній мірі залежить ефективність застосування цих систем при розв'язанні складних науково-технічних задач великої розмірності [1-4].

Метою роботи є дослідження загальних закономірностей організації високопродуктивних паралельно-ієрархічних обчислювальних систем із рекурсивною архітектурою на основі математичного моделювання процесу формування їх мережевої структури.

Результати дослідження

Для дослідження загальних закономірностей організації високопродуктивної паралельно-ієрархічної обчислювальної системи (ПІОС) із рекурсивною архітектурою розглянемо математичну модель формування її мережевої структури на функціональному рівні [1,5], застосувавши математичний апарат кінцевих різниць.

Нехай вхідна інформація для паралельно-ієрархічного перетворення описується як цифрові дані, що задані у вигляді множин:

$$M^0_{1,1},\ldots,M^0_{1,k},\ldots,M^0_{1,N^0_1}, \quad \text{де} \quad M^0_{1,k} = a^{k_1}_{i_1},$$

$$i_1=\overline{1;n^0_{k_1}}; \qquad k_1=\overline{1;N^0_1}; \quad a^{k_1}_{i_1}\in R; \qquad a^{k_1}_{i_1}\neq 0.$$

У процесі перетворення множин формується така динамічна модель паралельно-ієрархічних обчислювальних систем [1]. З кожної множини $M_{1,k}^{0}$ у момент часу t_1 обирається за F*-критерієм довільний елемент, позначимо його $\bigcup_{i_1=1}^{n_{k_1}^1} a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1}$. Кратність цього елемента позначимо $r_{k_1}{}^{t_1}$. Причому, вибір елемента за F*-критерієм із множини $M_{1,k}^{0}$ відбувається лише в тому випадку, якщо складові елементи даної множини корелюють у часі між собою. Надалі при описі паралельно-ієрархічних обчислювальних систем передбачається, що при виборі на кожному етапі довільного елемента з відповідної множини його складові елементи також корелюють у часі.

У момент часу t_2 від кожного елемента $a_{i_1}^{k_1}$ множини M_{1,k_1}^{0} віднімається обраний елемент $a_{i_1}^{k_1} - \bigcup_{i_1=1}^{n_{k_1}^1} a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1} = \Delta\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1}$. У результаті Q*-перетворення в момент часу t_2 утворяться нові множини M_{1,k_1}^{2}, $k_1 = \overline{1; N_1^2}$, з елементами $\Delta\ a_{i_k}^{k_1}{}^{t_1}$. Кількість елементів множини M_{1,k_1}^{2} дорівнює $n_{k_1}^2 = n_{k_1}^0 - r_{k_1}{}^{t_1}$. У момент часу t_3 в кожній з отриманих множин обирається за F*-критерієм довільний елемент, позначимо його $\bigcup_{i_1=1}^{n_{k_1}^2} \Delta\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_3}$, кратність якого дорівнює $r_{k_1}{}^{t_3}$. У момент часу t_4 утворяться нові множини M_{1,k_1}^{4}, $k_1 = \overline{1; N_1^4}$, елементами яких є різниці $\Delta\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1} - \bigcup_{i_1=1}^{n_{k_1}^2} \Delta\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1}{}^{t_3} = \ = \Delta\ \Delta\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1}{}^{t_3} = \Delta^2\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1 t_3}$. Кількість елементів множини M_{1,k_1}^{4} рівна: $n_{k_1}^4 = n_{k_1}^2 - r_{k_1}{}^{t_3} = n_{k_1}^0 - \left[r_{k_1}{}^{t_1} + r_{k_1}{}^{t_3} \right]$, і так далі.

У результаті Q*-перетворення в момент часу t_{2m} утворяться нові множини M_{1,k_1}^{2m}, $k_1 = \overline{1; N_1^{2m}}$, елементами яких є такі різниці:

$$\Delta\left(\Delta \ldots\ \Delta\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1}{}^{t_3} \ldots \right)^{t_{2m-3}} - \bigcup_{i_1=1}^{n_{k_1}^m} \left(\Delta \ldots\ \Delta\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1}{}^{t_3} \ldots \right)^{t_{2m-1}} =$$

$$= \Delta\left(\Delta\left(\Delta \ldots\ \Delta\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1}{}^{t_3} \ldots \right)^{t_{2m-3}} \right)^{t_{2m-1}} = \Delta^m\ a_{i_1}^{k_1}{}^{t_1 t_3 \ldots t_{2m-1}}.$$

Кількість елементів множини M_{1,k_1}^{2m} рівна:

$$n_{k_1}^{2m} = n_{k_1}^0 - \left[r_{k_1}{}^{t_1} + r_{k_1}{}^{t_3} + \ldots + r_{k_1}{}^{t_{2m-1}} \right].$$

Описаний процес являє собою перший етап формування мережевої структури паралельно-ієрархічної обчислювальної системи (тобто, її перший ієрархічний рівень). І так далі [1].

Таким чином, описаний процес дозволяє не лише перетворити вихідну цифрову інформацію, задану у виді N_1^0 множин, але й в чітко фіксовані моменти часу подати його у вигляді мережевої структури паралельно-ієрархічної обчислювальної системи. Починаючи з другого рівня запам'ятовуються ті добутки, що декорельовані в часі з іншими проміжними результатами. Останні, як очевидно з розглянутого процесу, визначаються кореляцією взаємодіючих елементів. Зазначимо лише, які елементи паралельно-ієрархічної мережі декорельовані в часі [1]: $r_{k_2=1}{}^{t_2} \bigcup_{i_2=1}^{n_{k_2=1}^1} a_{i_2}^1{}^{t_2}$ – на другому рівні; $r_{k_3=1}{}^{t_5} \bigcup_{i_3=1}^{n_{k_3=1}^1} a_{i_3}^1{}^{t_5}$ – на третьому рівні; і так далі $r_{k_{j+1}=1}{}^{t_{3j-1}} \bigcup_{i_{j+1}=1}^{n_{k_{j+1}=1}^1} a_{i_{j+1}}^1{}^{t_{3j-1}}$ – на $j+1$ -му рівні. У результаті, в загальному вигляді, математична модель кореляційних взаємодій елементів паралельно-ієрархічної обчислювальної системи набуває такого вигляду:

$$\sum_{j=1}^{n} r_{k_{j+1}=1}{}^{t_{3j-1}} \bigcup_{i_{j+1}=1}^{n_{k_{j+1}=1}^1} a_{i_{j+1}}^1{}^{t_{3j-1}} = \sum_{k_1=1}^{N_1^0} \sum_{i_1=1}^{n_{k_1}^0} a_{i_1}^{k_1},$$

де k – кількість рівнів паралельно-ієрархічного перетворення.

Наведена закономірність кореляційних взаємодій елементів паралельно-ієрархічної обчислювальної системи може також бути використана при навчанні мережевої моделі ПІОС в задачах розпізнавання образів та ідентифікації зображень [1-3].

Висновки

Запропоновано математичну модель формування мережевої структури ПІОС із рекурсивною архітектурою, яка реалізує процес багаторівневого паралельно-ієрархічного перетворення інформації із рекурсивним формуванням сукупностей загальних і різноманітних станів просторово-часового середовища, що забезпечує як кількісне так і якісне оцінювання потоків інформації та підвищення продуктивності обчислень. Вказана модель орієнтована на просторово-багаторівневе подання даних і часово-мережевий принцип їх аналізу, що забезпечує підвищення швидкодії порівняння і структурного опису зображення, створеного у вигляді багатоступеневої паралельно-ієрархічної структури відповідно до різних форм паралелізму.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Яровий А. А. Методи та засоби організації високопродуктивних паралельно-ієрархічних обчислювальних систем із рекурсивною архітектурою : монографія / А. А. Яровий. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 363 с.
2. L. Timchenko The method of parallel-hierarchical transformation for rapid recognition of dynamic images using GPGPU technology / L. Timchenko, A. Yarovyi, N. Kokriatskaya, S. Nakonechna, L. Abramenko, T. Jawicki, P. Popiel, L. Yesmakhanova : [Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments], (September 28, 2016), Proceedings SPIE 10031. – 2016. – http://dx.doi.org/10.1117/12.2249352.
3. A.A. Yarovyi Parallel-hierarchical processing and classification of laser beam profile images based on the GPU-oriented architecture / A.A. Yarovyi, L.I. Timchenko, V.P. Kozhemiako, N.I. Kokriatskaia, R.R. Hamdi, T.O. Savchuk, O.O. Kulyk, W. Surtel, Ye. Amirgaliyev, G. Kashaganova : [Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High Energy Physics Experiments], (August 07, 2017), Proceedings SPIE 10445. – 2017. – P. 10445 – 10445-10. –http://dx.doi.org/10.1117/12.2280975.
4. Федотов И. Е. Параллельное программирование : модели и приемы / Федотов И. Е. – М.: СОЛОН-Пресс, 2017. – 390 с.
5. Математичні моделі паралельно-ієрархічних мереж та їх комп’ютерне моделювання / Яровий А.А., Трошина А.В., Польгуль Т.Д. : Тези доповідей XI Міжнародної конференції [Контроль і управління в складних системах (КУСС-2012)], (Вінниця, 9-11 жовтня 2012 р.) – Вінниця, ВНТУ, 2012. – с. 111-112.

Яровий Андрій Анатолійович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерних наук, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: a.yarovyy@vntu.edu.ua

Шемет Євген Олександрович — асистент кафедри комп'ютерних наук, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

Ваховська Любов Михайлівна — асистент кафедри комп'ютерних наук, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

Yarovyi Andrii A. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department for Computer Science, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: a.yarovyy@vntu.edu.ua

Shemet Yevgene O. — Assistant of the Department for Computer Science, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Vakhovska Lyubov M. — Assistant of the Department for Computer Science, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia