

АСИМПТОТИЧНИЙ АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

ДВНЗ «Криворізький національний університет»

Анотація

Запропоновано метод побудови асимптотичного зображення розв'язку нестационарної системи автоматичного керування з повільно змінними параметрами при наявності точки повороту.

Ключові слова: система автоматичного керування, асимптотичні розв'язки, точка повороту.

Abstract

The proposed method allows to construct an asymptotic representation of a solution of a non-stationary automated control system with slowly variable parameters with available turning point.

Keywords: automatic control system, asymptotic solutions, turning point.

Вступ

У лінійному наближенні рух системи автоматичного керування при повільній зміні параметрів об'єкта та регулятора описує рівняння вигляду

$$\frac{d^2 x(\tau, \varepsilon)}{d\tau^2} + a(\tau, \varepsilon) \frac{dx(\tau, \varepsilon)}{d\tau} + b(\tau, \varepsilon)x(\tau, \varepsilon) = \varepsilon h(\tau) \int_{-\infty}^{\tau} G(\tau - t', \tau') x(t', \varepsilon) dt', \quad (1)$$

де $x(\tau, \varepsilon)$ – невідома функція, $G(\tau - t', \tau')$ – імпульсна перехідна функція регулятора, $\varepsilon > 0$ – малий параметр, $\tau = \varepsilon t$ – повільний час, $\tau \in [0, L]$ – скінченний проміжок. У такій постановці задача асимптотичного аналізу нестационарної системи вивчалась у роботі [1], де побудовано асимптотичний розв'язок системи керування з повільно змінними параметрами у припущенні нестійкості спектру граничного оператора [2]. Метою роботи є розроблення методу асимптотичного зображення розв'язку рівняння (1) без використання багатомасштабного методу.

Результати дослідження

Асимптотичний розв'язок системи (1) побудовано у роботі [1] методом [3], який є багатомасштабним (у досліджуваному випадку – двомасштабним), m – наближення деякого точного розв'язку при використанні цього методу має вигляд

$$x_m(\tau, \varepsilon) = \begin{cases} x_m^{(1)}(\tau, \varepsilon), & \tau \in [0, \beta\sqrt{\varepsilon}), \\ x_m^{(2)}(\tau, \varepsilon), & \tau \in (\beta\sqrt{\varepsilon}, L]. \end{cases}$$

Зауважимо, що для рівняння чи системи довільного порядку $n > 2$ із нестійким спектром багатомасштабний метод є єдиним методом, яким можна побудувати її асимптотичний розв'язок, причому залежно від коефіцієнтів системи кількість проміжків вигляду $[\alpha \cdot \varepsilon^{\eta_1}, A \cdot \varepsilon^{\eta_2}]$ може бути досить велика, хоча і скінченна кількість (вона визначається побудовою характеристичного полігону методом Івано-Сібуя). На спільних кінцях кожних двох проміжків необхідна своя процедура «склеювання» розв'язків.

У постановці [1] задача асимптотичного аналізу системи керування може бути розв'язаною без залучення двомасштабного методу і розв'язок можна побудувати у вигляді єдиного виразу із використанням методу еталонних рівнянь [2]. Для випадку рівняння другого порядку таким є рівняння Ейрі.

У доповіді пропонується спосіб побудови розв'язку за допомогою функцій Ейрі. Запропонований метод комбінує метод регуляризації [2] та метод послідовних наближень. Асимптотичний розв'язок рівняння руху системи керування будується у вигляді лінійної комбінації

$$x(\tau, \varepsilon) = C_1 x_1(\tau, \varepsilon) + C_2 x_2(\tau, \varepsilon) + z(\tau, \varepsilon),$$

де $x_i(t, \varepsilon) = \left(\sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{j}{3}} v_i^j(t) \right) u_i(\varepsilon^{-\frac{2}{3}} \zeta(t)) + \varepsilon^{\frac{1}{3}} \left(\sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{j}{3}} w_i^j(t) \right) u_i'(\varepsilon^{-\frac{2}{3}} \zeta(t))$, $i = 1, 2$; $u_i(\varepsilon^{-\frac{2}{3}} \zeta(t))$ – функції

Ейрі [2]. Запишемо деякі із коефіцієнтів:

$$\zeta(\tau) = \left(\frac{3}{2} \int_0^{\tau} \sqrt{b_0(s)} ds \right)^{2/3}; \quad v_i^0(t) = \frac{1}{\sqrt{\zeta'(t)}} \operatorname{ch} \left(\int_0^t \alpha(s) ds \right); \quad w_i^0(t) = \frac{1}{\sqrt{\zeta'(t) \cdot \zeta'(t)}} \operatorname{sh} \left(\int_0^t \alpha(s) ds \right).$$

Функція $z(\tau, \varepsilon)$, яка будується методом послідовних наближень і містить функції Ейрі як фазові ланцюги під знаками інтегралів.

Висновки

Таким чином, у постановці (1) задача асимптотичного аналізу системи автоматичного керування може бути розв'язаною за допомогою спеціальних функцій, без за діяння багатомасштабного методу, який потребує досить громіздкої процедури «склеювання» розв'язків.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Leifura V. N. On One Problem of Automatic Control with Turning Points/ V.N. Leifura // Proceedings of the Second International Conference “Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics”, Kyiv. – 1997. – V. 2. – P. 488-491.
2. Ломов С. А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений / С. А. Ломов // М.: Наука, 1981. – 400 с.
3. Шкиль Н. И. Асимптотическое интегрирование линейных систем с вырождениями / Н. И. Шкиль, И. И. Старун, В. П. Якокец // К.: Выща шк, 1991. – 204 с.

Рашевський Микола Олександрович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, Криворізький національний університет, Кривий Ріг, e-mail: mora290466@gmail.com

Rashevs'kyi Mykola O. — Cand. Sc. (Phys.-and-Math), Assistant Professor of the of Mathematics Department, SHEI “Kryvyi Rih National University”, Kryvyi Rih