УДК 631.16+519.7

О. М. Дячинська

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ РОСТУ РОСЛИН

Вінницький національний аграрний університет

Анотація
Проаналізовано рівняння росту Чантера. Побудовано криві Чантера, логістичну і Гомпертца.
Ключові слова: математичне моделювання, функція росту, суха речовина, питомий темп росту.

Abstract
The Chanter growth equation is analyzed. Chanter, logistic and Gompertz curves are built.
Keywords: mathematical modeling, growth function, dry matter, specific growth rate.

Вступ

Для дослідження розвитку рослин крім аналітичної залежності між біологічними параметрами важливу роль відіграють криві росту. Досить важко знайти аналітичну функцію, яка б описувала ріст рослин в широкому діапазоні зміни зовнішніх умов і біологічних параметрів. Саме ця обставина стимулює розвиток моделювання росту рослин [1].

Метою даної роботи є дослідження кривої росту Чантера, яка є гібридом рівнянь Гомпертца і логістичного.

Результати дослідження

Ріст та розвиток живих організмів можна описати за допомогою функцій росту, які відображають математичну залежність кількості сухої речовини від часу. Розглянемо найбільш поширені рівняння росту: логістичне, Гомпертца і Чантера [1,2].

Проаналізуємо рівняння Чантера

$$M = \frac{M_0 \cdot B}{M_0 + (B - M_0) \cdot \exp\left\{-\left[\mu\left(1 - e^{-D \cdot t}\right)/D\right]\right\}}, \qquad (1)$$

де M, M_0, B, μ, D – параметри, які мають біологічний зміст.

Нехай $M = 100\,г$ – маса сухої речовини на період збору урожаю; $M_0 = 1\,г$ – маса сухої речовини рослини в момент часу $t = 0$;

$B = \dfrac{M \cdot M_0 \cdot \left(e^{\mu/D} - 1\right)}{M_0 \cdot e^{\mu/D} - M}$ (2) – доступність живильного середовища;

$\mu = 0{,}5$ – питомий темп росту;

D – показник ускладнення, який характеризує зміну μ з розвитком рослини.

При виведенні логістичного рівняння приймають, що темп росту рослини регулюється ресурсом живильного середовища. У рівнянні Гомпертца припускають, що ресурс живильного середовища необмежений, тобто енергія росту не зазнає впливу і пропорційна сухій масі, причому питомий темп росту постійний [1].

Підбираючи значення для D із інтервалу $0 \le D \le \mu/[\ln(M/M_0)]$, можна побудувати сімейство кривих, яке обмежене ліворуч логістичною кривою, а праворуч – кривою Гомпертца. При $D \to 0$ (наприклад, $D = 0{,}00086$), і B визначеного за формулою (2), рівняння (1) переходить у логістичне. При $D \to \mu/[\ln(M/M_0)] = 0{,}1086$ – у криву Гомпертца, при $D = 0{,}05$ крива знаходиться між логістичною кривою і кривою Гомпертца. Всі криві мають однакові значення початкової і кінцевої сухої маси рослини та початковий питомий темп росту. Точка перегину в міру збільшення D зміщується в сторону більших значень часу. Крива Гомпертца демонструє більш швидкий ріст у початковій фазі, більш повільне наближення до асимптоти і більш протяжну лінійну ділянку на кінцях точки перегину.

Результати моделювання наведено на рис.1.

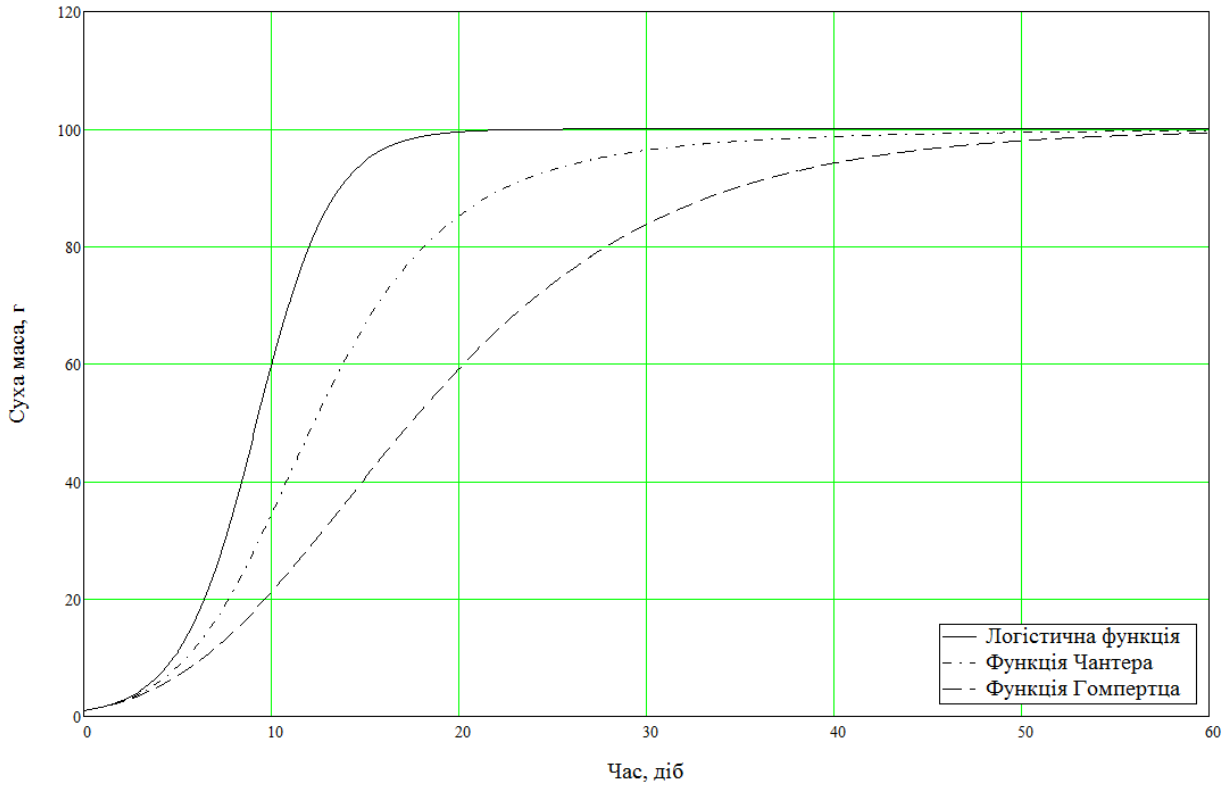

Рис.1 Функція росту Чантера

Висновки

Досліджено рівняння росту Чантера. Змінюючи значення параметра ускладнення D, побудовано криві росту Чантера, логістичну і Гомпертца. Результати роботи можуть бути використані при розробці динамічних моделей росту рослин.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. А. М. Польовий. Моделювання гідрометеорологічного режиму та продуктивності агроекосистем: навчальний посібник. – Одеса: Екологія, 2013. – 433 с.
2. І. М. Вергунова. Основи математичного моделювання для аналізу та прогнозу агрономічних процесів. – К.:Нора-прінт, 2000. – 146 с.

Дчинська Олена Миколаївна – асистент кафедри математики, фізики та комп'ютерних технологій, Вінницький національний аграрний університет (21008, м. Вінниця, вул. Сонячна, 3, email: olena. diachynska@gmail.com).

Diachynska Olena M. – Lecturer of the Department of Mathematics, Physics and Computer Technologies, Vinnytsia National Agrarian University (21008, Vinnytsia, 3, Soniachna Str., email: olena. diachynska@gmail.com).