УДК 517.3

А. М. Шведюк

ПЕРВІСНА ТА ІНТЕГРАЛ У КВАНТОВОМУ $\tilde{h}$-АНАЛІЗІ

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського

Анотація

Розглянуто поняття $\tilde{h}$ -первісної та на основі цього виведено $\tilde{h}$ -первісні для деяких елементарних функцій. Одержано аналог формули Ньютона-Лейбніца.

Ключові слова: *симетричний квантовий аналіз, $\tilde{h}$ -первісна, $\tilde{h}$ -інтеграл, $\tilde{h}$ -формула Ньютона-Лейбніца.*

Annotation

Discusses the concept of $\tilde{h}$ -antiderivative and outputs are $\tilde{h}$ -antiderivative for some elementary functions. An analogue of the Newton-Leibniz formula is obtained.

Keywords: *quantum analysis, $\tilde{h}$ -antiderivative, $\tilde{h}$ -integral, Newton-Leibniz $\tilde{h}$ -formula.*

Вступ

Квантовий аналіз знайшов застосування в багатьох областях математики, зокрема, в новому диференціальному численні, теорії ортогональних многочленів, варіаційному h-численні тощо. Дослідження квантового аналізу поділяється на: q-аналіз та h-аналіз, які відіграють важливу роль в теорії алгебраїчних об'єктів, які називаються квантовими групами. Серед літературних джерел, присвячених квантовому аналізу, найбільш новим і широким є [1]. У цій книзі розглянуто основи квантового аналізу, послідовно проведена аналогія з класичним аналізом, також розглянуто деякі початкові відомості з симетричного квантового аналізу. На основі цієї теорії досліджуються основи симетричного q-аналізу та $\tilde{h}$-аналізу.

Метою роботи є дослідження інтегрального числення симетричного h-аналізу, зокрема, запропоновані симетричні первісні деяких елементарних функцій.

Результати дослідження

Використовуючи означення симетричної h-похідної або $\tilde{h}$-похідної:

$$\tilde{D}_h f(x) := \frac{\tilde{d}_h f(x)}{\tilde{d}_h x} = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h},$$

для функції $f(x)$ ([2]) та використовуючи означення $\tilde{h}$-первісної $\tilde{D}_h F(x) = f(x)$ ([3], [4]), можна знайти симетричні первісні деяких елементарних функцій.

Наприклад, для функції $F(x) = x$ первісна матиме вигляд

$$\tilde{D}_h x = \frac{(x+h)-(x-h)}{2h} = \frac{x+h-x+h}{2h} = \frac{2h}{2h} = 1$$

тобто,

$$\int \tilde{d}_h x = x.$$

Для функції $F(x) = x^2$ первісна матиме вигляд

$$\tilde{D}_h x^2 = \frac{(x+h)^2 - (x-h)^2}{2h} = \frac{4xh}{2h} = 2x$$

тобто,

$$\int x \tilde{d}_h x = \frac{x^2}{2}.$$

Для функції $F(x) = x^3$ первісна матиме вигляд $\int (x^2 + \frac{h^2}{3})\tilde{d}_h x = \frac{x^3}{3}$ ([4]).

З вище написаного можна зробити висновок, що первісна для функції $F(x) = x^n$ не подібна до первісної в класичному аналізі, а має більш складну структуру.

Визначеному симетричному h-інтегралу функції від $x = a$ до $x = b$ ми можемо надати сенс лише в тому випадку, коли a і b відрізняються на величину кратну $2h$ ($b - a \in 2hZ$).

Тепер дамо означення визначеного $\tilde{h}$-інтеграла.

Нехай $b - a \in 2hZ$. Тоді визначеним симетричним h-інтегралом функції $f(x)$ від $x = a$ до $x = b$ будемо називати величину

$$\int_a^b f(x)\tilde{d}_h x =$$

$$= \begin{cases} 2h(f(a) + f(a+2h) + ... + f(b-2h), \text{якщо}\, a < b, \\ 0, \text{якщо}\, a = b, \\ -2h(f(b) + f(b+2h) + ... + f(a-2h), \text{якщо}\, a > b. \end{cases}.$$

Використовуючи означення $\tilde{h}$-інтеграла, неважко одержати аналог формули Ньютона-Лейбніца.

Теорема 1 ($\tilde{h}$-формула Ньютона-Лейбніца). Нехай $F(x)$ є симетричною h-первісною для функції $f(x)$ і $b - a \in 2hZ$. Тоді

$$\int_a^b f(x)\tilde{d}_h x = F(b) - F(a).$$

Висновки

Таким чином, у даній роботі розглянуто означення $\tilde{h}$-похідної та $\tilde{h}$-первісної. На основі чого виведено $\tilde{h}$-первісні для деяких елементарних функцій, одержано $\tilde{h}$-формулу Ньютона-Лейбніца.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кац В. Квантовый анализ / В. Кац, П. Чен; перевод с англ. Ф. Попеленского и Ж. Тотровой. – М.: МЦНМО, 2005. – 128 с.
2. Магдич В. І. Поняття симетричної h-похідної / В. І. Магдич // Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти: зб. наук. праць. – Вінниця, 2016. – Вип. 13. – 16-18 с.
3. Шведюк А. М. Поняття симетричного h-інтеграла / А. М. Шведюк // Науково-популярний Альманах «Математика та інформатика навколо нас» – Вінниця, 2018. – у друці.
4. Ярмолюк О.А., Шведюк А. М. Поняття симетричного квантового інтеграла / О.А. Ярмолюк, А. М. Шведюк // Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти: зб. наук. праць. – Вінниця, 2017. – Вип. 14. – 36-38 с.

Шведюк Анастасія Миколаївна — студентка магістратури групи 2-МСОМ, факультет математики, фізики і технологій, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, e-mail: nastys6k@gmail.com.

Науковий керівник: ***Бак Сергій Миколайович*** — канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, e-mail: sergiy.bak@gmail.com.

Shvedyuk Anastasia M. — student, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University.

Supervisor: ***Bak Sergiy M.*** — Cand. Sc. (Eng), Associate Professor of Department of Mathematics and Computer Science, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University.