

ПРО ІНТЕГРАЛ В СИМЕТРИЧНОМУ q -АНАЛІЗІ

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського

Анотація

Запропоновано основні поняття інтегрального числення симетричного квантового аналізу, а також властивості інтеграла.

Ключові слова: симетричний q -аналіз, первісна, інтеграл, інтеграл Джексона, властивості інтеграла.

Abstract

The basic concepts of the integral calculus of symmetric quantum analysis, as well as the integrity of the integral, are proposed.

Keywords: symmetric q -analysis, initial, integral, Jackson integral, properties of the integral.

Постановка проблеми

Розробка q -аналізу почалася в 1740-х роках, коли Ейлер розпочав теорію розділів, що також називається додатковою аналітичною теоремою. Ейлер завжди писав на латині, і його зібрані твори були опубліковані лише на початку 1800-х років. Та через невеликий, на той час, діапазон його застосування дослідження в даній галузі майже припинилося. І лише у вісімдесятих роках науковці продовжили розвивати квантовий аналіз. А саме цим займався Френк Хілтон Джексон (1870-1960) - англійський священик і математик який систематично вивчав q -аналіз. Зокрема він вивчав деякі q -функції та q -аналоги похідної та інтеграла [1]. q -аналіз має різні «діалекти», з цієї причини він відомий як «квантове числення», «обчислення без обмежень» та «обчислення розділів». Дослідження квантового аналізу відіграє важливу роль у розвитку математики та фізики, а саме: комбінаторному аналізі, квантовій механіці тощо.

Мета даної публікації

Узагальнити відомості про інтеграл в симетричному q -аналізі та представити його основні властивості.

Виклад основного матеріалу

Функція $F(x)$ називається симетричною q -первісною для функції $f(x)$, якщо $\tilde{D}_q F(x) = f(x)$. Позначимо її як $\int f(x) \tilde{d}_q x$.

Використавши оператор $\hat{M}_q$ ($\hat{M}_q$ - оператор, який діє в просторі функцій за формулою $\hat{M}_q[f(x)] = f(qx)$), ми вивели формулу для обчислення інтегралів в симетричному q -аналізі:

$$\int f(x) \tilde{d}_q x = x(q^{-1} - q) \sum_{n=1,3,\dots} q^n f(q^n x).$$

Ряд, який знаходиться в правій частині рівності, називається інтегралом Джексона функції $f(x)$. З цього означення можна отримати більш загальну формулу, а саме

$$\int f(x) \tilde{d}_q g(x) = \sum_{n=1,3,\dots} f(q^n x) (g(q^n x) - g(q^{n+1} x)).$$

При умові, що ряд збігається, ми можемо дати означення визначеному та невластивому q -інтегралу.

Отже, нехай $0 < a < b$, тоді інтеграл виду $\int_a^b f(x) \tilde{d}_q x = (q^{-1} - q)b \sum_{n=1,3,\dots} q^n f(q^n b)$ називається визначеним q -інтегралом [2].

Нехай $0 < \tilde{q} < 1$. Невласним q -інтегралом функції $f(x)$ на $[0, +\infty)$ будемо називати

$$\int_0^{\infty} f(x) \tilde{d}_q x = \sum_{n=\pm 1, \pm 3, \dots} \int_{q^{n+1}}^{q^{n-1}} f(x) \tilde{d}_q x = (q^{-1} - q) \sum_{n=\pm 1, \pm 3, \dots} q^n f(q^n).$$

Представимо деякі властивості симетричного інтеграла:

Нехай $f, g: I \rightarrow \mathbb{R}$ існує q -симетричний інтеграл на $I, a, b, c \in I$ і $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Тоді

1. $\int_a^a f(x) \tilde{d}_q x = 0$;
2. $\int_a^b f(x) \tilde{d}_q x = -\int_b^a f(x) \tilde{d}_q x$;
3. $\int_a^b f(x) \tilde{d}_q x = \int_a^c f(x) \tilde{d}_q x + \int_c^b f(x) \tilde{d}_q x$;
4. $\int_a^b (\alpha f + \beta g)(x) \tilde{d}_q x = \alpha \int_a^b f(x) \tilde{d}_q x + \beta \int_a^b g(x) \tilde{d}_q x$;
5. Якщо $\tilde{D}_q[x]$ і $\tilde{D}_q[g]$ є неперервні при 0, то
 $\int_a^b f(q^{-1}x) \tilde{D}_q[g] x \tilde{d}_q x = f(x)g(x) \Big|_a^b - \int_a^b \tilde{D}_qxg(qx) \tilde{d}_q x$ - q -симетричний інтеграл, який інтегрується частинами.

Висновки

Таким чином, у статті висвітлено основні поняття інтегрального числення симетричного квантового аналізу. Представленні основні властивості, які притаманні q -інтегралу. А також показано за допомогою якої формули обчислюються інтеграли в q -аналізі. Дана формула має назву – інтеграл Джексона.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Н. Jackson (1908). On q -functions and a certain difference operators, Trans. Roy. Soc. Edin., 46 253-281.
2. Ярмолук О. А. Поняття симетричного квантового інтеграла / О. А. Ярмолук, А. М. Шведюк. // Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти: зб. наук. праць. – Вінниця 2017. – Вип. 14. – С. 36-38.
3. Кац В. Квантовый анализ / В. Кац, П. Чен; перевод с англ. Ф. Попеленского и Ж. Тотровой. – М.: МЦНМО, 2005. – 128 с.

Ярмолук Ольга Анатоліївна – студентка магістратури факультету математики, фізики і технологій, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, e-mail: ssslxlll2902@gmail.com.

Науковий керівник: **Бак Сергій Миколайович** — канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, e-mail: sergiy.bak@gmail.com.

Yarmoliuk Olha A. — student, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University.

Supervisor: **Bak Sergiy M.** — Cand. Sc. (Eng), Associate Professor of Department of Mathematics and Computer Science, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University.