

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АДАПТИВНОГО ТЕСТУВАННЯ ЛАТЕНТНОГО РІВНЯ ЗНАНЬ АБІТУРІЄНТІВ У СУЧАСНОМУ WEB-ЗАСТОСУНКУ

¹Вінницький національний технічний університет

Анотація

У даній роботі розглядається архітектура математичної моделі для оцінювання рівня знань абітурієнтів в інтерактивному web-застосунку. Обґрунтовано перехід від класичної дихотомічної системи підрахунку до сучасної теорії тестування (IRT). Застосування двопараметричної логістичної моделі (2PL) у поєднанні з аналізом середнього бала дозволяє об'єктивно визначати латентний рівень знань користувача та адаптувати навчальний процес.

Ключові слова: математичне моделювання, оцінювання рівня знань, адаптивне тестування, сучасна теорія тестування (IRT), двопараметрична логістична модель (2PL).

Abstract

This paper considers the architecture of a mathematical model for assessing the level of knowledge of applicants in an interactive web application. The transition from the classical dichotomous scoring system to the modern testing theory (IRT) is justified. The use of a two-parameter logistic model (2PL) in combination with the analysis of the average score allows objectively determining the latent level of knowledge of the user and adapting the learning process.

Keywords: mathematical modeling, knowledge assessment, adaptive testing, modern testing theory (IRT), two-parameter logistic model (2PL).

Вступ

Сучасні реалії свідчать, що використання застарілих інструментів підготовки [1-3] до комп'ютеризованих іспитів (таких як НМТ, ЄВІ та ін.) є неефективним. Більшість наявних на ринку платформ не вміють підлаштовуватися під конкретного користувача та не формують індивідуальні освітні траєкторії. Процес часто зводиться до механічного звіряння відповідей, де оцінювання відбувається за найпростішою класичною моделлю [4]:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{n}, \quad (1)$$

де R_i – правильна відповідь суб'єкта тестування на i -е завдання;

k – кількість правильних відповідей із n запропонованих ($k \leq n$).

Такий статистичний підрахунок відсотка правильних відповідей не здатний надати вичерпної картини розуміння матеріалу. Для об'єктивного оцінювання необхідно враховувати контекстні параметри: складність завдань, специфіку тем, загальну динаміку середнього бала [5].

Метою дослідження є розробка та програмна реалізація математичної моделі адаптивного оцінювання рівня знань абітурієнтів, яка базується на сучасній теорії тестування (IRT) та інтегрує такі змінні параметри: кількість правильних відповідей, індивідуальна складність кожного тестового завдання та загальний середній бал користувача.

Результати дослідження

Для реалізації інтелектуального модуля web-застосунку найбільш доцільним підходом є використання «Сучасної теорії тестування» (далі IRT) [2]. На відміну від класичної теорії [4], IRT оцінює латентну змінну – реальний рівень знань абітурієнта, незалежно від специфічного набору питань.

Основою запропонованої архітектури є двопараметрична логістична модель 2PL [6, 7]. Ймовірність того, що абітурієнт із певним рівнем знань дасть правильну відповідь на конкретне тестове завдання, описується функцією:

$$P = \frac{1}{1 + e^{-\alpha_i(\theta - b_i)}}; \quad (2)$$

де P – ймовірність правильної відповіді на i -те завдання;

θ – рівень знань абітурієнта (латентна змінна), лежить у діапазоні від -3 (дуже низький) до +3 (дуже високий), де 0 – середній рівень;

b_i – параметр складності i -го завдання, лежить у діапазоні від -3 (дуже легке) до +3 (дуже складне), де 0 – середній рівень. Якщо рівень знань студента дорівнює складності завдання ($\theta = b_i$), то ймовірність правильної відповіді становить 0.5 (або 50%);

α_i – параметр дискримінації (диференціююча здатність) i -го завдання.

Процес динамічного тестування відбувається ітеративно. Після реєстрації початковий рівень знань користувача приймається як $\theta_0 = 0$. Система обирає завдання, складність якого найближча до поточного рівня, тобто $b_i = \theta_n$.

Для перерахунку латентного рівня знань застосовується метод максимальної правдоподібності – MLE [6, 7]. Система формує функцію правдоподібності $L(\theta)$ для серії з n пройдених завдань:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n P_i(\theta)^{u_i} \cdot Q_i(\theta)^{1-u_i}; \quad (3)$$

де $Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta)$ – ймовірність неправильної відповіді.

Програмна реалізація цієї моделі зводиться до задачі оптимізації. Для спрощення обчислень максимізується логарифмічна функція правдоподібності:

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n [u_i \cdot \ln P_i(\theta) + (1 - u_i) \cdot \ln Q_i(\theta)]; \quad (4)$$

Знаходження максимуму здійснюється шляхом прирівнювання першої похідної до нуля за допомогою методу Ньютона-Рафсона, що дозволяє визначити новий рівень знань θ_{n+1} .

Тестування завершується, коли стандартна похибка вимірювання (SE) падає нижче заданого порогу (5) або ліміт завдань вичерпується.

$$SE(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \cdot P_i(\theta) \cdot Q_i(\theta)}}; \quad (5)$$

Поряд із моделлю IRT, яка визначає безпосередню складність, система проводить розширену освітню діагностику через модуль аналітики успішності. Серверна частина (FastAPI) фіксує точний час виконання та зберігає загальний відсоток успішності.

Аналіз середнього бала дозволяє згладжувати випадкові флуктуації (наприклад, коли учень з високим θ випадково помиляється). Усі метрики акумулюються у базі даних за допомогою агрегатних функцій і візуалізуються на клієнті у вигляді динамічних дашбордів.

Висновки

Впровадження двопараметричної логістичної моделі (2PL) в архітектуру web-застосунку дозволило створити гнучку систему адаптивного оцінювання знань. На відміну від класичного підрахунку відсотків, запропонована математична модель враховує індивідуальну складність завдань, що у комбінації з моніторингом часу виконання та середнього бала забезпечує глибоку діагностику "сліпих зон" абітурієнта.

Отримані аналітичні дані ефективно використовуються для формування запитів до великих мовних моделей з метою генерації персоналізованих навчальних матеріалів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Биков В. Ю., Спірін О. М., Пінчук О. П. Сучасні завдання цифрової трансформації освіти. *Вісник Національної академії педагогічних наук України*. 2020. Т. 2, № 1. С. 1–17. DOI: 10.35387/ucj.1(1).2020.27-36
2. ЗНО-онлайн. Онлайн — тести зовнішнього оцінювання [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://zno.osvita.ua/>
3. iLearn. Підготовки до НМТ [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://ilearn.org.ua/>
4. Zhelezniakova E., Silichova T. Mathematical modeling as a means of control and evaluation of the quality of the educational process. *Modestum*. 2020. № 2, Vol. 16. URL: http://repository.hneu.edu.ua/bitstream/123456789/25791/1/Zhelezniakova_Silichova%20%281%29.pdf
5. Yodgorov G., Jurakulov T. Mathematical modeling of learning processes based on the theory of control. *Conference Proceedings*. 2021. № 1, Vol. 2365. URL: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/5.0057821>
6. Baker, F. B., & Kim, S.-H. *The Basics of Item Response Theory Using R*. Springer, 2017, 174 p.
7. Lord, F. M. *Applications of Item Response Theory to Practical Testing Problems*. Routledge, 2012, 288 p.

Рибачук Ілля Олегович – студент кафедри комп’ютерних наук, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: rubachukillya@gmail.com

Перепелиця В’ячеслав Ігорович – доктор філософії, асистент кафедри «Комп’ютерних наук», e-mail: pvi_92@ukr.net; Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Пашкевич Анна Олександрівна – студентка кафедри комп’ютерних наук, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: annapawkevich@gmail.com

Rybachuk Illia Olehovych – student of Computer Science Department, Faculty of Intelligent Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: rubachukillya@gmail.com

Perepelytsia Viacheslav Ihorovych – PhD, assistant of the Department of Computer Science, e-mail: pvi_92@ukr.net; Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Pashkevych Anna Oleksandrivna – student of Computer Science Department, Faculty of Intelligent Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: annapawkevich@gmail.com