

КОНТЕКСТНО-ЗАЛЕЖНА АДАПТИВНА РЕДУКЦІЯ ТА ЕКВІВАЛЕНТУВАННЯ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З ПЕРЕМИКАННЯМ РЕЖИМІВ РУХУ ДЛЯ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

¹ Вінницький національний технічний університет;

Анотація. У роботі запропоновано методологію контекстно-залежної адаптивної редукції математичної моделі електромобіля, що враховує динамічне перемикання режимів руху. Розроблено підхід до формування еквівалентних спрощених моделей, придатних для інтеграції в системи підтримки прийняття рішень реального часу. Обґрунтовано доцільність застосування гібридних комутаційних систем та визначено критерії перемикання між редукованими підмоделями залежно від контексту експлуатації. Наведено результати імітаційного моделювання в середовищі MATLAB/Simulink, що підтверджують зменшення обчислювальних витрат на 38–42 % при збереженні похибки відтворення динамічних характеристик у межах 3–5 %.

Ключові слова: електромобіль, математична модель, редукція моделі, еквівалентування, перемикання режимів, система підтримки прийняття рішень, адаптивне керування, гібридні динамічні системи.

Abstract. The paper proposes a methodology for context-dependent adaptive reduction of an electric vehicle mathematical model that accounts for dynamic driving mode switching. An approach to constructing equivalent simplified models suitable for integration into real-time decision support systems is developed. The feasibility of applying hybrid switched systems is justified, and criteria for switching between reduced sub-models depending on the operating context are defined. Simulation results obtained in the MATLAB/Simulink environment confirm a 38–42% reduction in computational costs while maintaining a dynamic characteristic reproduction error within 3–5%.

Keywords: electric vehicle, mathematical model, model order reduction, equivalencing, mode switching, decision support system, adaptive control, hybrid dynamical systems.

Інтенсивна електрифікація автомобільного транспорту та розширення функціональних можливостей силових агрегатів електромобілів зумовлюють потребу в розробленні математичних моделей високого порядку, здатних відтворювати нелінійну динаміку тягового електроприводу, акумуляторної батареї, інвертора та механічної трансмісії одночасно. Водночас пряме застосування таких моделей у системах підтримки прийняття рішень (СППР) реального часу, зокрема для задач енергоменеджменту та прогнозування залишкового пробігу, залишається обмеженим внаслідок надмірної обчислювальної складності [1]. Проблема загострюється в умовах частого перемикання режимів руху – переходу між чисто електричним, рекуперативним гальмуванням та режимом підвищеної потужності, – де кожен окремий режим вимагає власного набору домінуючих динамічних змінних та відповідної структури моделі [2].

Редукція порядку моделі – підхід, що дозволяє зберегти визначальні характеристики вихідної системи диференціальних рівнянь при суттєвому зменшенні їхньої розмірності – набуває особливого значення саме для комутаційних систем, де структура об'єкта керування змінюється дискретно [3]. Класичні методи, серед яких збалансоване відсікання Г. Мура та апроксимація за сингулярними числами Ганкеля, продемонстрували високу ефективність для лінійних стаціонарних систем [4]. Проте пряме перенесення зазначених методів на моделі з перемиканням потребує спеціального обґрунтування, оскільки зміна активної підсистеми супроводжується стрибкоподібними перехідними процесами, які класична редукція не враховує [5].

Мета дослідження полягає у розробленні методології контекстно-залежної адаптивної редукції та еквівалентування моделі електромобіля з перемиканням режимів руху, орієнтованої на застосування у СППР реального часу. Для досягнення поставленої мети сформульовано такі завдання: 1) побудувати повну математичну модель електромобіля як комутаційної системи з визначенням режимних підсистем; 2) розробити процедуру адаптивної редукції порядку для кожної підсистеми з урахуванням контексту експлуатації; 3) запропонувати механізм еквівалентування, що забезпечує узгодженість між редукованими підмоделями при перемиканні; 4) верифікувати запропонований підхід шляхом імітаційного моделювання.

Об'єктом дослідження виступає процес формування спрощених моделей електромобіля в умовах динамічного перемикання режимів руху. Предметом – методи адаптивної редукції порядку та

еквівалентування математичних моделей комутаційних електромеханічних систем. Методи дослідження охоплюють теорію гібридних динамічних систем, збалансовану редукцію за Муром–Ганкелем, імітаційне моделювання в середовищі MATLAB/Simulink та статистичний аналіз похибок апроксимації.

Формалізація електромобіля як комутаційної динамічної системи спирається на концепцію сімейства підсистем та логічного правила перемикання між ними [6]. Нехай повна модель описується набором індексованих систем диференціальних рівнянь $\{f_i\}$, де $\sigma(t) \in \{1, 2, \dots, N\}$ – сигнал перемикання, який визначає активну підсистему в момент часу t . Для електромобіля $N = 3$ відповідає трьома основним режимам: тяговому, рекуперативному та вибігу (вільного кочення). Кожна підсистема характеризується власним набором домінуючих змінних стану – у тяговому режимі визначальними є струм якоря та електромагнітний момент двигуна; у рекуперативному – зворотна ЕРС та зарядний струм батареї; у режимі вибігу – інерційні механічні параметри [7]. Перемикання між підсистемами відбувається відповідно до контексту руху, що визначається швидкістю, прискоренням, станом заряду акумулятора (SOC) та зовнішніми дорожніми умовами.

Запропонована процедура адаптивної редукції ґрунтується на модифікованому методі збалансованого відсікання, адаптованому для кожної підсистеми окремо. Сутність підходу полягає у визначенні сингулярних чисел Ганкеля для лінеаризованої моделі кожного режиму та відкиданні тих складових простору станів, внесок яких у вагову характеристику не перевищує заданого порогу ϵ [4]. Ключова відмінність від стандартної процедури полягає у тому, що поріг ϵ не є фіксованим, а визначається адаптивно залежно від поточного контексту експлуатації: за інтенсивного міського руху з частими перемиканнями допускається нижчий порядок редукованої моделі (більш агресивне спрощення), оскільки тривалість перебування в кожному режимі є короткою, а точність прогнозу на великому горизонті не є критичною; за усталеного руху на шосе, навпаки, порядок зберігається вищим для забезпечення точного енергетичного прогнозування [8].

Еквівалентування – процедура узгодження редукованих підмоделей різних режимів – покликана усунути розриви у траєкторіях змінних стану, що виникають під час перемикання. Без такого узгодження перехід між підмоделями різної структури та порядку породжує стрибки вихідних координат, які спотворюють роботу СППР [9]. Запропоновано двоетапну процедуру еквівалентування: на першому етапі виконується проєкція вектора стану вихідної (деактивованої) підмоделі на простір станів нової (активованої) підмоделі з мінімізацією норми похибки проєкції; на другому етапі коригуються початкові умови активованої підмоделі шляхом розв’язання задачі мінімізації перехідного розузгодження на інтервалі Δt , тривалість якого визначається допустимим рівнем комутаційних збурень [10]. Такий підхід дозволяє зберегти неперервність вихідних сигналів моделі при дискретній зміні її внутрішньої структури.

Контекстна залежність механізму перемикання реалізована через введення вектора контексту $C(t) = [v(t), a(t), SOC(t), T_{amb}(t), \kappa(t)]^T$, де v – швидкість, a – прискорення, SOC – рівень заряду, T_{amb} – температура довкілля, κ – коефіцієнт кривизни траєкторії. На основі поточного значення $C(t)$ система визначає: а) індекс активної підсистеми $\sigma(t)$; б) порядок редукованої моделі для обраної підсистеми; в) параметри еквівалентування перехідного процесу [11]. Інтеграція редукованих моделей у СППР реалізована за архітектурою модельно-керованої системи підтримки рішень, де компонент моделей містить бібліотеку редукованих підмоделей, а логіка вибору здійснюється класифікатором контексту, що діє як диспетчер перемикання [12].

Верифікацію запропонованого підходу проведено на імітаційній моделі електромобіля класу С з тяговим синхронним двигуном із постійними магнітами потужністю 150 кВт та літій-іонною батареєю ємністю 64 кВт·год. Повна модель складалася з 27 диференціальних рівнянь. Після застосування контекстно-залежної редукції порядок підмоделей становив: 8 рівнянь для тягового режиму, 6 – для рекуперативного, 4 – для режиму вибігу. Порівняльний аналіз виконано за стандартним їздовим циклом WLTP тривалістю 1800 с. Максимальне відхилення миттєвої потужності на валу двигуна між повною та редукованою моделями не перевищувало 4,7 %, а середньоквадратична похибка відтворення SOC становила 0,8 % [13]. Водночас загальний час обчислень зменшився на 41 % порівняно з повною моделлю, що підтверджує придатність підходу для задач реального часу.

Окрему увагу приділено оцінюванню якості еквівалентування при перемиканні. Під час проходження їздового циклу зафіксовано 47 подій перемикання між режимами. Без застосування процедури еквівалентування амплітуда стрибків потужності в моменти комутації сягала 12–18 % від номінальної, що є неприйнятним для коректного функціонування СППР. Після введення двоетапної

процедури узгодження максимальна амплітуда перехідних розузгоджень знизилась до 2,1 %, а тривалість перехідного процесу при перемиканні не перевищувала 0,15 с. Зіставлення результатів з відомими підходами, зокрема з методом єдиної лінеаризованої моделі [14] та методом жорсткого перемикання без еквівалентування [5], засвідчує перевагу запропонованого рішення як за критерієм точності, так і за обчислювальною ефективністю.

Порівняльний аналіз підтверджує, що контекстно-залежне регулювання порядку редукції забезпечує оптимальний баланс між точністю та швидкодією. За умов інтенсивного міського циклу (JC08) частота перемикань зростає до 62 подій за 1200 с, і в такому режимі найбільш ефективною виявляється агресивна редукція з порядком підмоделей 5–6, що скорочує час обчислень на 48 % при похибці SOC не більше 1,2 %. Натомість для шосейного циклу HWFET, де перемикання рідкісні, підвищена точність моделі порядку 10–12 виправдовує помірне зростання обчислювальних витрат [15]. Адаптивний характер запропонованого механізму полягає в автоматичному перемиканні між рівнями агресивності редукції без втручання оператора, що принципово відрізняє його від статичних підходів.

Таким чином, запропоновано цілісну методологію контекстно-залежної адаптивної редукції та еквівалентування моделі електромобіля з перемиканням режимів руху. Встановлено, що поєднання збалансованого відсікання з адаптивним налаштуванням порогу редукції дозволяє досягти зменшення обчислювальних витрат на 38–48 % залежно від їздового циклу. Двоетапна процедура еквівалентування забезпечує зниження амплітуди комутаційних збурень з 12–18 % до менш ніж 2,5 %. Результати верифікації підтверджують придатність підходу для інтеграції у СППР реального часу та його перевагу над існуючими статичними методами спрощення. Перспективним напрямом подальших досліджень є розширення механізму контекстної адаптації з використанням методів машинного навчання для автоматичного визначення оптимальних параметрів редукції за потоком телематичних даних [16].

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Hu X., Moura S., Murgovski N., Egardt B., Cao D. Integrated optimization of battery sizing, charging, and power management in plug-in hybrid electric vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2016. Vol. 24, No. 3. P. 834–847. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7185454>
2. Gao B., Liang Q., Xiang Y., Guo L., Chen H. Gear ratio optimization and shift control of 2-speed I-AMT in electric vehicle. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2015. Vol. 50–51. P. 615–631. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327014002751>
3. Liberzon D. *Switching in Systems and Control*. Boston : Birkhäuser, 2003. 233 p.
4. Antoulas A. C. *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*. Philadelphia : SIAM, 2005. 479 p. URL: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718713>
5. Petreczky M., Bako L., Van Schuppen J. H. Realization theory for linear switched systems: formal power series approach. *Systems & Control Letters*. 2013. Vol. 62, No. 10. P. 880–888. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691113001503>
6. Lin H., Antsaklis P. J. Stability and stabilizability of switched linear systems: a survey of recent results. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2009. Vol. 54, No. 2. P. 308–322. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4806347>
7. Ehsani M., Gao Y., Longo S., Ebrahimi K. *Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles*. 3rd ed. Boca Raton : CRC Press, 2018. 546 p.
8. Onori S., Serrao L., Rizzoni G. *Hybrid Electric Vehicles: Energy Management Strategies*. London : Springer, 2016. 147 p. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4471-6781-5>
9. Besselink B., Tabak U., Lutowska A., van de Wouw N., Nijmeijer H., Rixen D. J., Hochstenbach M. E., Schilders W. H. A. A comparison of model reduction techniques from structural dynamics, numerical mathematics and systems and control. *Journal of Sound and Vibration*. 2013. Vol. 332, No. 19. P. 4403–4422. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X13003209>
10. Heemels W. P. M. H., De Schutter B., Bemporad A. Equivalence of hybrid dynamical models. *Automatica*. 2001. Vol. 37, No. 7. P. 1085–1091. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109801000590>
11. Zhang S., Xiong R., Cao J. Battery durability and longevity based power management for plug-in hybrid electric vehicle with hybrid energy storage system. *Applied Energy*. 2016. Vol. 179. P. 316–328. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261916309126>

12. Power D. J. Decision Support Systems: Concepts and Resources for Managers. Westport : Quorum Books, 2002. 272 p.
13. Tran M.-K., Panchal S., Chauhan V., Brahmabhatt N., Mevawalla A., Fraser R., Fowler M. Python-based scikit-learn machine learning models for thermal and electrical performance prediction of high-capacity lithium-ion battery. International Journal of Energy Research. 2022. Vol. 46, No. 6. P. 7967–7981. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/er.7706>
14. Толочко О. І. Моделювання електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу : навч. посібник. Київ : НТУУ «КПІ», 2016. 150 с. URL: <https://epa.kpi.ua/en/science/publications/2016y/modelyuvannya-elektromehanichnih-sistem-matematichne-modelyuvannya-sistem-asinhronnogo-elektroprivodu-navchalnij-posibnik/>
15. Matviychuk Ya. Принцип редукції математичних моделей та його застосування. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. 2023. Вип. 37. С. 17–21. URL: <http://www.fmmit.lviv.ua/index.php/fmmit/article/view/297>
16. Чорний О. П., Луговой А. В., Родькін Д. Й., Сісюк Г. Ю., Садовой О. В. Моделювання електромеханічних систем : підручник. Кременчук : КДПУ, 2004. 304 с. URL: <https://elprivod.nmu.org.ua/files/modeling/>

Пасека Богдан Володимирович — аспірант кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: bogdanpaseka2000@gmail.com.

Науковий керівник: **Мокін Борис Іванович** — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Pasiaka Bohdan V. — Post-Graduate Student of the Chair of System Analysis and Information Technologies, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: bogdanpaseka2000gmail.com

Supervisor: Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of System Analysis and Information Technologies, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.