

ДИФЕРЕНЦІЙНІ РІВНЯННЯ В ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЯХ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглядається роль диференційних рівнянь у сучасних інформаційних технологіях. Показано, що диференційні рівняння є фундаментальним математичним апаратом для моделювання динамічних процесів у комп'ютерних науках, комп'ютерній графіці, мережевих технологіях, машинному навчанні та обробці сигналів. Наведено основні напрями застосування звичайних та частинних диференційних рівнянь в ІТ, а також підкреслено їх значення для аналізу та оптимізації складних систем.

Ключові слова: диференційні рівняння, динамічні системи, аналіз, оптимізація.

Abstract

The paper examines the role of differential equations in modern information technologies. It is shown that differential equations are a fundamental mathematical tool for modeling dynamic processes in computer science, computer graphics, network technologies, machine learning, and signal processing. The main directions of application of ordinary and partial differential equations in IT are presented, and their importance for the analysis and optimization of complex systems is emphasized.

Keywords: differential equations, dynamic processes, analysis, optimization.

Інформаційні технології сучасності являються комплексною структурою, яка містить в собі багато елементів та змінних. Для дослідження, взаємодії та використання великих обсягів даних, якими дана структура оперує виникає потреба в інструментах математичного аналізу та моделювання. Одним з найважливіших інструментів прикладної математики є диференційні рівняння, які дозволяють спостерігати процеси зміни стану складних систем у часі та просторі. Даний інструмент приносить велику користь під час обробки даних, навчання алгоритмів штучного інтелекту, функціонування комп'ютерних мереж, моделювання фізичних явищ у комп'ютерній графіці та аналізу динамічних систем.

Актуальність використання диференційних рівнянь в ІТ зумовлена зростанням складності апаратних та програмних систем, необхідністю їх оптимізації та прогнозування поведінки. Також завдяки розвитку обчислювальних можливостей і чисельних методів, диференційні рівняння стали практичним інструментом розв'язку задач, які раніше мали лише теоретичне значення. Завдяки поєднанню диференційних рівнянь та інформаційних технологій вдалось багатократно пришвидшити дослідження в більшості наукових галузях, які потребували значних обчислювальних ресурсів.

1. Диференційні рівняння як інструмент моделювання

Диференційні рівняння є універсальним інструментом математичного аналізу та моделювання процесів, у яких стан системи змінюється в залежності від часу або просторових координатах. Узагальнено динаміка системи може бути описана диференційним рівнянням першого порядку

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), t)$$

де $x(t)$ – стан системи, t – час, f – функція, що описує закон зміни.

В інформаційних технологіях такі процеси виникають під час роботи програмних систем, обробки потоків даних, взаємодії компонентів різних структур та керування апаратними

ресурсами. Завдяки використанню диференціальних рівнянь з'являється можливість формалізації динаміки процесів, аналізу поведінки та прогнозування реакції системи на зовнішні впливи [1].

2. Застосування у машинному навчанні та штучному інтелекті

У галузі машинного навчання диференціальні рівняння відіграють важливу роль у процесі навчання моделей. Зокрема, алгоритм градієнтного спуску, який використовується для мінімізації функцій втрат у нейронних мережах, може бути інтерпретований як розв'язок диференціального рівняння першого порядку.

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = -\nabla L(\theta(t))$$

де θ – вектор параметрів моделі.

Даний підхід дозволяє глибше зрозуміти динаміку навчання, стабільність моделей та швидкість їх збіжності [2].

3. Нейронні диференціальні рівняння (Neural ODE)

Одним з сучасних напрямів розвитку штучного інтелекту є нейронні диференціальні рівняння, які поєднують в собі класичні диференціальні рівняння та методи глибинного навчання. Даний підхід описує змінну стану нейронної мережі неперервної динамікою, що дозволяє з високою ефективністю моделювати складні безперервні процеси.

$$\frac{dh(t)}{dt} = f(h(t), t, \theta)$$

де $h(t)$ – стан мережі, θ – параметри.

Neural ODE використовуються в аналізі часових рядів, фізичних систем та біоінформатиці [3].

4. Комп'ютерна графіка та фізичні симуляції

У сфері комп'ютерної графіки диференціальні рівняння використовуються для створення реалістичних фізичних симуляцій. Даний інструмент застосовують для опису руху тіл, взаємодії сил, деформації об'єктів, а також моделювання поведінки рідин, газів та світла. Наприклад, рух тіла визначається другим законом Ньютона:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} = F(x, t)$$

де m – маса, F – сила

Завдяки цьому вдається досягти реалістичності у комп'ютерних іграх, віртуальній реальності та інженерних симуляторах [4, 5].

5. Обробка сигналів та зображень

В задачах обробки сигналів і цифрових зображеннях широко застосовуються рівняння теплопровідності та дифузії, наприклад:

$$\frac{du(x, y, t)}{dt} = \Delta u(x, y, t)$$

де $u(x, y, t)$ – яскравість зображення, Δ – оператор Лапласа.

Вони дозволяють здійснювати фільтрацію шуму, відновлення пошкоджених зображень, покращення контрастності та виділення контурів. Данні методи є основою багатьох алгоритмів комп'ютерного зору та систем розпізнавання образів [4, 6].

6. Мережеві технології та кібербезпека

У мережевих технологіях диференціальні рівняння використовуються для моделювання потоків даних, аналізу завантаженості мережі та прогнозування можливостей перевантажень. Наприклад, процес передавання даних у мережах можна описати рівнянням потоків:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \alpha - \mu N(t)$$

де $N(t)$ – кількість пакетів у системі, α – інтенсивність надходження, μ – швидкість обробки.

Крім того, вони застосовуються для опису процесів поширення комп'ютерних вірусів і шкідливого програмного забезпечення, що дозволяє оцінювати ризики та розробляти ефективні механізми захисту [7].

7. Розподілені системи та хмарні обчислення

Робота розподілених систем і хмарні платформи характеризуються динамічними змінами навантаження. За допомогою систем диференціальних рівнянь можна описати динаміку даного навантаження:

$$\frac{dL_i(t)}{dt} = I_i(t) - O_i(t)$$

де $L_i(t)$ - навантаження i -го сервера, I_i та O_i – вхідні та вихідні потоки.

Такі моделі використовують для задач балансування навантаження та автоматичного масштабування ресурсів [7].

8. Прогнозування та аналіз даних

У задачах прогнозування поведінки систем застосовуються динамічні моделі вигляду:

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t) + b$$

або нелінійні системи диференціальних рівнянь.

В ІТ вони використовуються для передбачення навантаження систем, зміни параметрів процесів та розвитку складних динамічних явищ. [8].

Висновок

Диференціальні рівняння є чудовим інструментом аналізу та моделювання процесів у сфері інформаційних технологій. Вони застосовуються в у машинному навчанні для опису моделей та Neural ODE, у комп'ютерній графіці та фізичних симуляціях для моделювання руху тіл, рідин та газів, а також в обробці сигналів і зображень. Даний інструмент ефективно справляється з прогнозуванням навантаження серверів, балансування ресурсів у хмарних системах та моделюванні потоків даних у мережах. Використання диференціальних рівнянь дозволяє формалізувати, контролювати та оптимізувати процеси у різних сферах сучасних технологій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Differential Equations [Electronic resource] // MIT OpenCourseWare - Режим доступу: <https://ocw.mit.edu/courses/18-03-differential-equations-spring-2010/> (дата звернення: 06.01.2026). - Назва з екрана.
2. Gradient Descent and Optimization Algorithms [Electronic resource] // Stanford University - Режим доступу: <https://cs231n.github.io/optimization-1/> (дата звернення: 06.01.2026). - Назва з екрана.
3. Neural Ordinary Differential Equations [Electronic resource] // arXiv - Режим доступу: <https://arxiv.org/abs/1806.07366> (дата звернення: 06.01.2026). - Назва з екрана.
4. Lecture Notes on Partial Differential Equations [Electronic resource] // University of California, Berkeley - Режим доступу: https://math.berkeley.edu/~arash/53/notes/math53_PDE.pdf (дата звернення: 06.01.2026). - Назва з екрана.
5. Fluid Simulation for Computer Graphics [Electronic resource] // University of British Columbia - Режим доступу: https://www.cs.ubc.ca/~rbridson/fluidsimulation/fluids_notes.pdf (дата звернення: 06.01.2026). - Назва з екрана.
6. Image Processing and Analysis [Electronic resource] // University of Edinburgh - Режим доступу: <https://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/> (дата звернення: 06.01.2026). - Назва з екрана.
7. Introduction to Partial Differential Equations Lecture Notes [Electronic resource] // MIT OpenCourseWare – Режим доступу: https://ocw.mit.edu/courses/18-152-introduction-to-partial-differential-equations-fall-2011/resources/mit18_152f11 Lec_01/ (дата звернення: 06.01.2026). - Назва з екрана.
8. Forecasting: Principles and Practice [Electronic resource] // Monash University - Режим доступу: <https://otexts.com/fpp3/> (дата звернення: 06.01.2026). - Назва з екрана.

Крилов Владислав Тимурович студент групи ЗПІ-246, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, vladd7589@gmail.com

Кирилащук Світлана Анатоліївна – к. пед. н., доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: kyrylashchuk@vntu.edu.ua

Krylov Vladyslav, 2nd-year student, Vinnytsia National Technical University, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia, vladd7589@gmail.com

Kyrylashchuk Svitlana - Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, e-mail: kyrylashchuk@vntu.edu.ua.