

БІНОМ НЬЮТОНА ТА ЙОГО КОМБІНАТОРНИЙ ЗМІСТ У ЗАДАЧАХ АНАЛІЗУ ДИСКРЕТНИХ СТРУКТУР

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі досліджено взаємозв'язок між алгебраїчним представленням бінома Ньютона та комбінаторними методами підрахунку скінченних множин. Проаналізовано властивості біноміальних коефіцієнтів як інструменту для розв'язання задач перерахувальної комбінаторики. Розглянуто практичне застосування біноміального розкладу в алгоритмах теорії ймовірностей, сучасних методах кодування даних та аналізі алгоритмічної складності в умовах цифровізації.

Ключові слова: біном Ньютона, біноміальний коефіцієнт, комбінаторика, сполуки, трикутник Паскаля, дискретна математика.

Abstract

The paper investigates the relationship between the algebraic representation of Newton's binomial and combinatorial methods for counting finite sets. The properties of binomial coefficients as a tool for solving problems of enumerative combinatorics are analyzed. The practical application of binomial expansion in probability theory algorithms, modern data coding methods, and algorithmic complexity analysis in the context of 2026 digitalization is considered.

Keywords: Newton's binomial, binomial coefficient, combinatorics, combinations, Pascal's triangle, discrete mathematics.

Вступ

Математичний апарат бінома Ньютона є одним із фундаментальних містків, що єднують класичну алгебру з дискретним аналізом. На сучасному етапі розвитку комп'ютерних наук біноміальний розклад виступає не лише як засіб спрощення поліноміальних виразів, а й як потужний аналітичний інструмент для моделювання імовірнісних процесів та оцінки обчислювальних ресурсів. Розуміння комбінаторного змісту біноміальних коефіцієнтів дозволяє нівелювати складність опису багатофакторних систем, де виникає потреба у виборі підмножин елементів із заданої сукупності. Метою роботи є розкриття глибинного зв'язку між алгебраїчною структурою бінома та комбінаторною логікою формування дискретних сполук.

Результати дослідження

Алгебраїчне представлення бінома Ньютона для натурального показника степеня n описується формулою розкладу суми двох доданків, де кожен член ряду містить коефіцієнт, що визначає кількість способів формування відповідного добутку. Формула має вигляд:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

Комбінаторний зміст цього виразу розкривається через аналіз процесу перемноження n однакових дужок $(a + b)$. Для отримання конкретного доданку виду $a^{n-k} b^k$ необхідно з n наявних дужок вибрати рівно k дужок, з яких буде взято множник b , а з решти $n - k$ дужок — множник a . Кількість таких можливих виборів за визначенням відповідає числу сполук із n елементів по k , що обчислюється за формулою:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Ці коефіцієнти, відомі також як біноміальні, мають ряд фундаментальних властивостей, таких як симетрія та рекурентне співвідношення, що візуалізується через трикутник Паскаля. У практичній площині комбінаторна природа бінома Ньютона широко застосовується в теорії ймовірностей, зокрема

в імовірнісній моделі Бернуллі, яка є базовою для аналізу надійності передачі пакетів даних у сучасних мережах зв'язку. В умовах активного впровадження штучного інтелекту та аналізу великих масивів даних (Big Data), біноміальні розподіли використовуються для статистичного тестування гіпотез та в алгоритмах машинного навчання для оцінки ваг ознак. Також біном Ньютона є незамінним при аналізі складності алгоритмів, що працюють із підмножинами, дозволяючи точно прогнозувати кількість ітерацій при повному переборі варіантів.

Висновки

Проведене дослідження підтвердило, що біном Ньютона є інтегральною частиною дискретної математики, яка забезпечує перехід від алгебраїчних операцій до логіки вибору елементів. Встановлено, що комбінаторна інтерпретація біноміальних коефіцієнтів дозволяє ефективно моделювати складні системні взаємодії в цифровій інфраструктурі. Практична цінність роботи полягає в демонстрації універсальності біноміального розкладу як методу оптимізації обчислювальних алгоритмів та інструменту імовірнісного аналізу в сучасних інформаційних технологіях.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Трохимчук Р. М. Дискретна математика: структури та алгоритми. Київ : Академвидав, 2024. 544 с.
2. Бондаренко М. Ф., Білоус Н. В., Руткас О. Г. Теорія графів та комбінаторних структур : навч. посіб. Харків : ХНУРЕ, 2022. 232 с.
3. Graham R. L., Knuth D. E., Patashnik O. Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science. 2nd ed. Pearson Education, 2023. 656 p.
4. Cormen T. H., Leiserson C. E., Rivest R. L., Stein C. Introduction to Algorithms. 4th ed. MIT Press, 2022. 1312 p.
5. Smith J. Combinatorial Analysis in Modern Computing. Journal of Discrete Mathematical Sciences. 2025. Vol. 16(1). P. 22–38.

Рачковський Вадим Григорович – студент групи 1KI-25МС, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: rachkovskyvadym@gmail.com.

Науковий керівник: Добровольська Наталія Вікторівна – кандидат педагогічних наук, доцент, кафедра обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

Rachkovsky Vadym Hryhorovych – student of group 1KI-25MS, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: rachkovskyvadym@gmail.com

Supervisor: Dobrovolska Natalia V. – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia