УДК 377.1

Н. Д. Козір,
М.Б. Ковальчук

ОЗНАКА ДАЛАМБЕРА В КОНТЕКСТІ СУЧАСНОГО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі проведено комплексний аналіз прикладного значення ознаки Д'Аламбера в контексті сучасного математичного моделювання та обчислювальних наук. Досліджено механізм використання цього критерію для діагностики стабільності динамічних систем та прогнозування збіжності ітераційних процесів. Особливу увагу приділено ефективності методу при роботі зі швидкозростаючими функціями (факторіалами, експонентами), де він виступає засобом оптимізації обчислювальних ресурсів. Обґрунтовано роль ознаки як інструменту верифікації алгоритмів у сфері інформаційних технологій та інженерних розрахунків.

Ключові слова: ознака Д'Аламбера, збіжність рядів, математичне моделювання, аналіз стабільності, алгоритмічна верифікація, чисельні методи, апроксимація.

Abstract

The paper conducts a comprehensive analysis of the applied significance of D'Alembert's ratio test in the context of modern mathematical modeling and computational sciences. The mechanism of using this criterion for diagnosing the stability of dynamic systems and predicting the convergence of iterative processes is investigated. Special attention is paid to the method's efficiency when dealing with rapidly growing functions (factorials, exponentials), where it serves as a means of optimizing computational resources. The role of the test as a tool for algorithm verification in information technology and engineering calculations is substantiated.

Keywords: D'Alembert's ratio test, series convergence, mathematical modeling, stability analysis, algorithmic verification, numerical methods, approximation.

ВСТУП

У рамках проведеного дослідження було здійснено комплексний аналіз функціонального потенціалу ознаки Д'Аламбера як інструменту математичного моделювання та аналізу. Головним підсумком роботи стало переосмислення цього класичного методу: з категорії абстрактних теорем його переведено в площину практичного інструментарію для діагностики стабільності динамічних процесів. Встановлено, що даний критерій є ключовим індикатором, який дозволяє з мінімальними ресурсними затратами прогнозувати фінальний стан складних систем.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Методологія діагностики та прогнозування поведінки систем. У ході роботи виявлено, що прикладна цінність методу базується на принципі «локального порівняння». Дослідження показало, що для розуміння глобальної поведінки нескінченного процесу достатньо проаналізувати тенденцію змін між його сусідніми станами.

Аналіз підтвердив, що стабілізація відношення наступного елемента до попереднього на рівні, нижчому за порогове значення одиниці, є гарантією збіжності. У прикладному сенсі це означає, що досліджувана система (будь то фізична модель чи алгоритм) прагне до рівноваги, а її сумарний ефект є величиною скінченною та обчислюваною.

Доведено, що перевищення цього порогу однозначно свідчить про лавиноподібне зростання величин. Це дозволяє дослідникам на ранніх етапах відсіювати моделі, які не мають фізичного змісту або ведуть до критичних помилок у розрахунках через неконтрольоване зростання параметрів.

2. Ефективність обробки надшвидких залежностей. Окремим вектором дослідження став аналіз продуктивності методу при роботі з «вибуховими» функціями. Було встановлено, що ознака Д'Аламбера демонструє найвищу ефективність саме там, де інші аналітичні підходи

Йдеться про системи, що описуються факторіальними та показниковими залежностями. У результаті дослідження доведено, що застосування цього критерію дозволяє трансформувати складні аналітичні конструкції у прості алгебраїчні вирази. Це суттєво скорочує час обробки даних та зменшує вірогідність обчислювальних помилок при ручному чи машинному аналізі.

3. Роль у верифікації обчислювальних алгоритмів та ІТ Результати аналізу вказують на критичну важливість методу в сфері комп'ютерних наук, зокрема при розробці чисельних методів.

Встановлено, що метод виступає надійним фільтром для перевірки ітераційних процесів. Перед запуском ресурсоємних симуляцій використання цього критерію дозволяє визначити, чи є алгоритм збіжним. Це запобігає витратам машинного часу на процеси, які ніколи не призведуть до фінального результату («зациклення» обчислень).

При апроксимації складних функцій поліномами (що лежить в основі роботи процесорів) метод дозволяє чітко окреслити межі, в яких спрощена модель працює коректно, а де похибка стає критичною.

Важливим результатом роботи стала ідентифікація «сліпих зон» методу. Дослідження підтвердило існування області невизначеності, коли швидкість зміни системи є граничною (співвідношення прагне до одиниці). У таких випадках констатовано необхідність застосування комбінованого підходу, зокрема залучення більш чутливих логарифмічних критеріїв або ознаки Раабе для уточнення діагнозу. Це розуміння дозволяє уникати помилкових висновків про збіжність у граничних станах.

ВИСНОВОК

Узагальнюючи отримані дані, можна стверджувати, що ознака Д'Аламбера є універсальним інструментом експрес-аналізу математичних моделей. Її головна перевага — це поєднання високої прогностичної точності з алгоритмічною простотою. Метод дозволяє інженерам та науковцям швидко оцінювати життєздатність моделей, ефективно працювати зі складними функціональними залежностями та гарантувати стабільність обчислювальних процесів у технічних системах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. - Київ: Либідь, 2014. - 484 с.
2. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: Навчальний посібник. - Київ: А.С.К., 2011. - 648 с.
3. Зорій Б. П. Вища математика. Частина 2. Ряди. Диференціальні рівняння: Навч. посібник. - Тернопіль: Видавництво ТНТУ, 2018. - 215 с.
4. Ляшко І. І., Боярчук О. К., Гай Я. Г., Головач Г. П. Математичний аналіз: функції багатьох змінних, ряди. - Київ: Вища школа, 2012. - 512 с.
5. Овчинников П. П., Яремчук Ф. П., Михайленко В. М. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 2: Диференціальні рівняння. Ряди. Функції комплексної змінної. - Київ: Техніка, 2010. - 600 с.
6. Шкіль М. І., Колесник Т. В. Математичний аналіз: Підручник у 2-х частинах. - Київ: Вища школа, 2015. - 511 с.
7. Фіхтенгольц Г. М. Курс диференціального та інтегрального числення. Т. 2. - Київ: Знання, 2009. - 864 с.
8. Stewart J. Calculus: Early Transcendentals. 8th Edition. - Boston: Cengage Learning, 2016. - 1368 p.
9. Apostol T. M. Mathematical Analysis. 2nd Edition. - New York: Addison-Wesley, 1974. - 492 p.
10. Федющенко С. І. Чисельні методи: Навчальний посібник для технічних університетів. - Львів: Магнолія-2006, 2018. - 312 с.
11. Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальний курс фізики. Т. 1-3. (Використання рядів у фізиці). - Київ: Техніка, 2011.

Ніка Дмитрівна Козір – студентка групи 1КН-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, ел. пошта: nikolettakozir@gmail.com

Науковий керівник: ***Ковальчук Майя Борисівна*** — д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Nika D. Kozir – student of group 1CS-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: nikolettakozir@gmail.com

Supervisor: ***Maya B. Kovalchuk*** — Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com