

МЕТОД ГАУСА ЯК ЕФЕКТИВНИЙ СПОСІБ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У даній роботі розглянуто метод Гауса як один із найбільш універсальних і поширених способів розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь, вказано його особливості, переваги та недоліки. Метод ґрунтується на застосуванні елементарних перетворень рядків матриці з метою послідовного виключення невідомих. Показано практичну значущість методу та його переваги у порівнянні з іншими способами розв'язування систем лінійних рівнянь.

Ключові слова: система лінійних рівнянь, метод Гауса, матриця, елементарні перетворення, розширена матриця.

Abstract

This paper considers the Gauss method as one of the most universal and widespread methods for solving systems of linear algebraic equations, and indicates its features, advantages, and disadvantages. The method is based on the application of elementary transformations of matrix rows in order to sequentially eliminate unknowns. The practical significance of the method and its advantages in comparison with other methods for solving systems of linear equations are shown.

Keywords: system of linear equations, Gaussian elimination, matrix, elementary transformations, augmented matrix.

Вступ

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь є фундаментальним об'єктом дослідження лінійної алгебри та широко застосовуються в різних галузях науки і техніки. Вони використовуються при розрахунках електричних кіл, аналізі механічних систем, економічному моделюванні, обробці експериментальних даних та комп'ютерному моделюванні.

З розвитком обчислювальної техніки особливої актуальності набули методи, які легко алгоритмізуються та можуть бути реалізовані програмно. Одним із таких методів є метод Гауса, запропонований німецьким математиком Карлом Фрідріхом Гаусом. Цей метод дозволяє розв'язувати системи лінійних рівнянь будь-якого порядку та є базовим для багатьох чисельних алгоритмів [1].

Результати дослідження

Як визначити, чи є система лінійних рівнянь сумісною за допомогою методу Гауса? Якщо під час застосування методу Гауса елементи будь-якого рядка матриці системи стають рівними нулю, а права частина не дорівнює нулю, то система є несумісною. Якщо елементи рядка і права частина стають нулями, то система може мати безліч розв'язків [2].

При використанні методу Гауса слід враховувати ряд зауважень:

- якщо елементи будь-якого рядка матриці системи після перетворень стають рівними нулю, а права частина не дорівнює нулю, то система лінійних рівнянь є несумісною;
- якщо елементи будь-якого рядка матриці системи та права частина після перетворень стають рівними нулю, то система рівнянь є сумісною, але має безліч рішень;

- щоб знайти загальне рішення сумісної системи рівнянь, що має безліч рішень, потрібно в процесі оберненого ходу методу Гауса базисні змінні виразити через вільні змінні;
- базисні змінні в ступінчастій системі – це перші змінні зліва з ненульовим коефіцієнтом або просто перші зліва, тому що змінні з нульовим коефіцієнтом у процесі елементарних перетворень були виключені. Вільні змінні – решта змінних.

Однією з основних проблем при використанні методу Гауса для розв'язання систем лінійних рівнянь є можливість ділення на нуль [3]. Ця ситуація виникає, коли ведучий (головний) елемент матриці стає рівним нулю під час прямого ходу методу Гауса. Для уникнення ділення на нуль існують спеціальні алгоритми та методи: часткова та повна перестановки.

Часткова перестановка: цей метод використовується для вибору ведучого елемента так, щоб уникнути нульових елементів на діагоналі матриці під час прямого ходу методу Гауса. На кожному кроці вибирається елемент з максимальним за модулем значенням у стовпці, який розташований нижче поточного елемента, і рядки матриці міняються місцями. Це дозволяє уникнути ділення на нуль при виконанні наступного кроку.

Повна перестановка: у цьому методі на кожному кроці вибирається елемент з максимальним за модулем значенням в підматриці, яка розташована праворуч і нижче поточного елемента. Потім рядки та стовпці матриці міняються місцями, щоб зробити цей елемент діагональним. Це також допомагає уникнути ділення на нуль при виконанні наступного кроку.

Вибір між частковою та повною перестановкою повинен залежати від конкретної ситуації та характеристик матриці. Повна перестановка може бути більш обчислювально витратною, але дозволяє уникнути ще більше проблем з діленням на нуль. В той час як часткова перестановка може бути більш ефективною у випадках, коли ризик ділення на нуль невеликий.

До переваг методу Гауса слід віднести: універсальність, простоту алгоритмізації, можливість комп'ютерної реалізації, можливість застосування до систем будь-якого порядку. До недоліків методу слід віднести накопичення похибок при чисельних розрахунках та наявність потреби у виборі головного елемента для підвищення точності.

Висновок

Метод Гауса є одним із базових і найефективніших методів розв'язування систем лінійних рівнянь. Його застосування дозволяє звести складну систему до простішого вигляду та отримати точний або наближений розв'язок. Завдяки універсальності та зручності реалізації метод Гауса широко використовується в навчальному процесі, інженерних розрахунках та чисельному аналізі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кострикін А. І. *Вступ до алгебри*. — М.: Наука, 2004, 443 стор.
2. Курош А. Г. *Курс вищої алгебри*. — М.: Фізматліт, 2000, 600 стор.
3. Лінник Ю. В. *Лінійна алгебра*. — К.: Вища школа, 2011.

Сухина Олександр Юрійович студент першого курсу, Вінницький національний технічний університет, ФЕЕЕМ, sashasuhina86@gmail.com

Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна - к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Науковий керівник: **Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна** - к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Sukhina Oleksandr Yuriyovych, first-year student, Vinnytsia National Technical University, Faculty of Electrical Engineering and Electronics, group, sashasuhina86@gmail.com

Sachaniuk-Kavets'ka Natalia V. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com

Supervisor: **Sachaniuk-Kavets'ka Natalia V.** - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com