

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС СПОТВОРЕНЬ НАПРУГИ ПОТУЖНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ МЕТОДАМИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглянуто застосування тригонометричних рядів Фур'є для математичного моделювання спотворень напруги в системах електропостачання з нелінійним навантаженням. Проаналізовано спектральний склад струмів для 6- та 12-пульсних схем випрямлення. Наведено аналітичні залежності для розрахунку коефіцієнта гармонічних спотворень (THD) та падіння напруги на гармоніках з урахуванням частотних характеристик імпедансу мережі.

Ключові слова: ряд Фур'є, спектральний аналіз, гармоніки, перетворювач, THD, імпеданс.

Abstract

The paper discusses the application of trigonometric Fourier series for mathematical modeling of voltage distortions in power supply systems with non-linear loads. The spectral composition of currents for 6- and 12-pulse rectification schemes is analyzed. Analytical dependencies for calculating the Total Harmonic Distortion (THD) and voltage drop on harmonics, taking into account the frequency characteristics of grid impedance, are presented.

Keywords: Fourier series, spectral analysis, harmonics, converter, THD, impedance.

Вступ

Сучасні потужні перетворювачі електричної енергії широко застосовуються в електроприводах, енергетиці та промислових системах керування. Їх робота супроводжується виникненням спотворень напруги, які негативно впливають на якість електроенергії та надійність обладнання. Для коректного аналізу таких спотворень необхідне використання адекватних математичних моделей. Одним із найбільш ефективних інструментів дослідження є спектральний аналіз, що дозволяє розкласти сигнал на гармонійні складові. Застосування методів спектрального аналізу дає змогу кількісно оцінити внесок окремих гармонік у загальне спотворення напруги [1, 2]. У доповіді розглядаються математичні підходи до опису спотворень напруги потужних перетворювачів на основі спектральних методів.

Результати дослідження.

Математичний апарат для опису спотворень, що виникають у таких системах, базується на теорії періодичних сигналів та їх розкладанні в ряди Фур'є. Будь-який спотворений періодичний сигнал напруги $v(t)$ математично описується тригонометричним рядом Фур'є:

$$v(t) = V_0 + \sum_{k=1}^{\infty} V_k \sin(k\omega_0 t + \theta_k)$$

де V_0 – постійна складова; V_k – амплітуда k -ї гармоніки; ω_0 – основна кутова частота; θ_k – початкова фаза. В ідеально збалансованих трифазних системах парні гармоніки зазвичай відсутні через симетрію напівхвиль сигналу [3]. Порядок виникаючих гармонік h у збалансованих системах підпорядковується правилу характеристичних гармонік $h = pk \pm 1$, де p – кількість пульсацій випрямляча. Для шестипульсних перетворювачів ($p=6$) характерними є 5, 7, 11, 13-та гармоніки. Для дванадцятипульсних ($p=12$), за рахунок зсуву фаз у 30 градусів, гармоніки порядків 5 та 7 теоретично взаємно компенсуються, залишаючи в спектрі порядки 11, 13, 23, 25. В ідеалізованій математичній моделі амплітуда гармоніки I_h обернено пропорційна її порядку. Проте в реальних умовах кут комутації μ згладжує фронти імпульсів, що призводить до додаткового загасання вищих гармонік. Згідно із законом Ома для гармонік, рівень спотворення напруги V_h визначається добутком струму гармоніки на імпеданс системи Z_h :

$$V_h = I_h \times Z_h$$

Оскільки індуктивний опір мережі зростає пропорційно частоті ($X_L = \omega L$), навіть невеликі амплітуди струмів вищих гармонік створюють значні падіння напруги. Для кількісної оцінки сумарного впливу гармонік використовується коефіцієнт THD, який розраховується як відношення середньоквадратичного значення всіх вищих гармонік до основної:

$$THD_V = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^n V_k^2}}{V_1} \times 100\%$$

Математичне моделювання показує, що гармоніки прямої послідовності (1, 7, 13) створюють обертальний момент, зворотної (2, 5, 11) – гальмівний момент, а нульової (3, 9, 15) – сумуються в нейтралі, викликаючи перегрів. Відповідність стандартам (наприклад, IEEE 519, де $THD < 5\%$) є критичною умовою для запобігання резонансних явищ та перегріву трансформаторного обладнання.

Висновок

У роботі проведено дослідження математичних аспектів виникнення спотворень напруги, спричинених роботою потужних перетворювальних установок. На основі розкладання періодичних сигналів у тригонометричні ряди Фур'є продемонстровано взаємозв'язок між топологією перетворювача (числом пульсацій) та його спектральною характеристикою. Встановлено, що ключовим фактором погіршення якості напруги є взаємодія інжектованих гармонічних струмів з індуктивним імпедансом мережі, який зростає пропорційно частоті. Математично обґрунтовано використання коефіцієнта THD_V як інтегрального показника не синусоїдальності. Результати аналізу підтверджують, що недотримання норм стандарту IEEE 519 призводить до суттєвих енергетичних втрат у трансформаторному обладнанні та ризику виникнення аварійних резонансних режимів. Запропонований математичний апарат може бути використаний для подальшого проектування систем активної фільтрації гармонік.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Жежеленко І. В., Саєнко Ю. Л. Показники якості електроенергії та їх контроль на промислових підприємствах. Маріуполь: ПДТУ, 2012. 188 с.

2. IEEE Std 519-2022. IEEE Standard for Harmonic Control in Electric Power Systems. New York: IEEE, 2022. 31 p.
3. Arrillaga J., Watson N. R. Power System Harmonics. 2nd ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2003. 382 p.

Цінський Олександр Володимирович, студент першого курсу, факультет електроенергетики та електромеханіки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, oleksandr2143@gmail.com

Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна, к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Науковий керівник: Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна - к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Tsinskyi Oleksandr V. first-year student, Faculty of Electric Power Engineering and Electromechanics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: oleksandr2143@gmail.com

Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com

Supervisor: Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V. - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com