УДК 517.53:515.12

В. Ю. Бондар
В. В. Хом'юк

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА ТА ФУНКЦІЇ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ У МОДЕЛЮВАННІ ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У тезі розглядається роль комплексних чисел і функцій комплексної змінної у фізичних застосуваннях. Комплексний аналіз використовується для моделювання електромагнітних хвиль, коливальних процесів, теплопереносу та квантових явищ. Проаналізовано основні методи, такі як тригонометрична форма комплексного числа, оператори аналітичних функцій, ряди Тейлора та інтеграли у комплексній площині. Наведено практичні приклади застосувань у техніці та фізиці.

Ключові слова: комплексні числа, ФКЗ, аналітичні функції, фізика, моделювання**.**

Abstract

This paper examines the role of complex numbers and complex variable functions in physical applications. Complex analysis is used to model electromagnetic waves, oscillatory processes, heat transfer, and quantum phenomena. The study reviews fundamental tools such as the trigonometric form of complex numbers, analytic function operators, Taylor series, and complex-plane integrals. Practical examples of applications in engineering and physics are presented.

Keywords*:* complex numbers, complex analysis, analytic functions, physics, modeling.

Вступ

Сучасна фізика та інженерні науки неможливі без застосування розвиненого математичного апарату. Одним із фундаментальних інструментів такого апарату є комплексні числа та функції комплексної змінної. Вони дозволяють формалізувати та аналізувати процеси, у яких одночасно змінюються амплітуда і фаза, що є характерним для коливальних, хвильових та квантових явищ. На відміну від дійсних чисел, комплексні числа надають компактний і зручний спосіб опису обертань, фазових зсувів і періодичних процесів, зберігаючи при цьому строгість математичного опису.

Особливу роль комплексний аналіз відіграє в електродинаміці, оптиці, радіотехніці, теорії сигналів та квантовій механіці. Використання комплексних функцій дозволяє суттєво спростити математичні моделі фізичних систем і зменшити обсяг обчислень, не втрачаючи точності результатів. Саме тому вивчення застосувань комплексних чисел у фізичних процесах є важливим як з теоретичної, так і з практичної точки зору.

Результати дослідження

Розглянемо використання комплексних чисел для опису гармонічних коливань і хвильових процесів. Комплексне число у тригонометричній формі записується як

$$z = r(\cos\,\varphi + i\sin\,\varphi),$$

де r— модуль комплексного числа, а φ— його аргумент. Такий запис надає наочну геометричну інтерпретацію: множення комплексних чисел відповідає повороту та масштабуванню у комплексній площині. Ця властивість широко застосовується для аналізу фазових зсувів і резонансних явищ у фізиці та електроніці.

У теорії коливань і електромагнітних хвиль гармонічні сигнали зручно задавати за допомогою комплексних експонент:

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t},$$

де E_0— амплітуда сигналу, а ω— кутова частота. Дійсна частина цього виразу відповідає фізично спостережуваній величині, тоді як уявна частина відображає фазові властивості процесу. Такий підхід значно спрощує аналіз інтерференції, дифракції, поляризації та поширення хвиль у різних середовищах.
Комплексні числа також широко використовуються при аналізі електричних кіл змінного струму. Повний опір (імпеданс) кола подається у комплексній формі, що дозволяє одночасно враховувати активні та реактивні складові. Це робить можливим застосування алгебраїчних методів замість складних диференціальних рівнянь.
Окреме значення мають аналітичні функції комплексної змінної, які задовольняють умовам диференційовності та пов'язані з рівняннями Лапласа. Завдяки цим властивостям вони широко застосовуються для моделювання потенціальних полів у задачах електростатики, теплопровідності та гідродинаміки. Методи конформних перетворень дозволяють змінювати геометрію області, зводячи складні задачі до простіших і забезпечуючи ефективні інженерні розрахунки.
Продемонструємо застосування комплексного підходу на прикладі коливального процесу:

$$I(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)},$$

де I_0— амплітуда, ω— кутова частота, а φ— початкова фаза. У цьому випадку дійсна частина функції описує вимірювану фізичну величину, а уявна — фазовий зсув системи.
Такий метод широко застосовується для аналізу:

- електричних кіл змінного струму;
- хвильових процесів в оптиці;
- акустичних та радіотехнічних систем.

Отримані результати підтверджують, що використання комплексних чисел і функцій комплексної змінної дозволяє суттєво спростити математичний опис фізичних процесів, зменшити обчислювальні витрати та підвищити точність моделювання. Саме тому комплексний аналіз є одним із ключових інструментів сучасних технічних і природничих наук.

Висновки

У роботі було розглянуто роль комплексних чисел у математичному описі фізичних процесів. Показано, що використання комплексних функцій дозволяє зручно та ефективно аналізувати коливальні й хвильові явища, поєднуючи амплітудні та фазові характеристики систем.

Застосування методів комплексного аналізу суттєво спрощує математичні обчислення та підвищує точність моделювання, що робить їх незамінним інструментом у сучасній фізиці, електротехніці та інженерних науках.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Слюсарчук П. В. Комплексний аналіз : навч. посіб. / П. В. Слюсарчук, Т. В. Боярищева, М. С. Герич. – Ужгород : Шарк, 2020. – 216 с.
2. Боярчук А. К. Теорія функцій комплексної змінної : навч. посіб. / А. К. Боярчук. – Київ : Либідь, 2003. – 320 с.
3. Самойленко А. М. Вища математика. Частина 2 : навч. посіб. / А. М. Самойленко, О. К. Скасків. – Київ : Либідь, 2005. – 416 с.
4. Хом'юк І. В. Вища математика. Збірник завдань для організації самостійної роботи студентів заочної форми навчання (з теоретичною підтримкою) : навч. посіб. / І. В. Хом'юк, Н. В. Сачанюк-Кавецька, В. В. Хом'юк, М. Б. Ковальчук. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 199 с.
5. Копач П. І. Функції комплексної змінної та їх застосування у фізиці : навч. посіб. / П. І. Копач. – Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2012. – 184 с.

Бондар Владислав Юрійович – студент групи 1ПКТ-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, email: bondarvlad664@gmail.com

Хом'юк Віктор Вікторович – к.т. н., доцент, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: vikiravvh@gmai.com

Bondar Vladyslav Yuriyovich – student of group 1PKT-24b, Faculty of Intelligent Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: bondarvlad664@gmail.com

Khomyuk V. V. – Associate Professor the department of Higher Mathematics Department, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vikiravvh@gmail.com