

ЗАСТОСУВАННЯ РЯДІВ ТЕЙЛОРА ДЛЯ АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЙ У ПРОГРАМУВАННІ

Вінницький національний технічний університет;

Анотація

Досліджено застосування рядів Тейлора для апроксимації математичних функцій у програмуванні. Показано, що використання поліноміальних наближень дозволяє спростити обчислення складних функцій та підвищити ефективність чисельних алгоритмів. Розглянуто приклади апроксимації елементарних функцій та наведено графічне порівняння точних і наближених значень.

Ключові слова: ряд Тейлора, апроксимація, чисельні методи, програмування, математичне моделювання.

Abstract

The application of Taylor series for function approximation in programming is investigated. It is shown that polynomial approximations simplify the computation of complex functions and improve the efficiency of numerical algorithms. Examples of elementary function approximation and graphical comparison of exact and approximate values are presented.

Keywords: Taylor series, approximation, numerical methods, programming, mathematical modeling.

Вступ

У програмуванні та чисельному аналізі часто виникає потреба в обчисленні складних математичних функцій, таких як експонента, синус, косинус або логарифм. Пряме використання вбудованих математичних бібліотек не завжди є оптимальним, особливо у вбудованих системах, мікроконтролерах або застосунках реального часу.

Одним із класичних методів наближеного обчислення функцій є використання рядів Тейлора, які дозволяють представити функцію у вигляді полінома. Це значно зменшує обчислювальну складність та полегшує реалізацію алгоритмів у програмному коді.

Метою роботи є аналіз використання рядів Тейлора для апроксимації функцій та демонстрація їх застосування в програмуванні.

Результати дослідження

Ряд Тейлора для функції $f(x)$, що має похідні всіх порядків у точці x_0 , визначається формулою:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots$$

На практиці використовується скінченна кількість членів ряду, що дає наближене значення функції.

Приклад апроксимації експоненціальної функції

Для функції e^x при розкладі в околі точки $x_0 = 0$ (ряд Маклорена) маємо:

$$e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

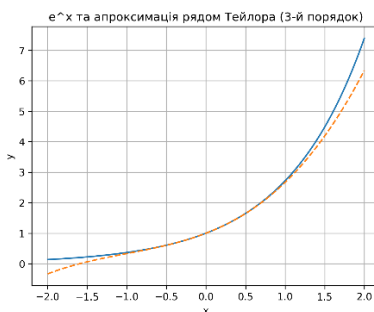


Рис 1. Функція e^x та її апроксимація рядом Тейлора

Зі збільшенням кількості членів ряду точність наближення зростає, особливо поблизу точки розкладу.

Приклад апроксимації тригонометричної функції

Для функції $\sin(x)$ маємо:

$$\sin(x) \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

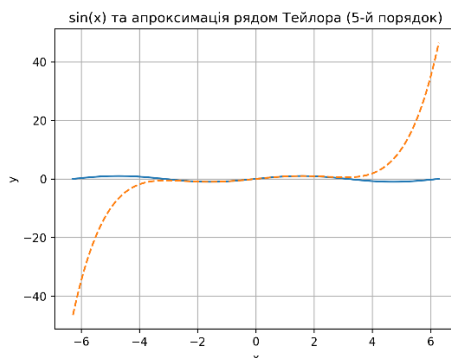


Рис. 2. Порівняння графіків функції $\sin(x)$ та її поліноміальної апроксимації

Такі наближення широко використовуються у програмуванні комп'ютерної графіки, фізичних симуляцій та чисельних методів.

У програмному коді обчислення значення функції зводиться до операцій додавання та множення, що значно швидше за виклики складних математичних функцій. Це дозволяє ефективно застосовувати ряди Тейлора у системах з обмеженими ресурсами.

Висновки

Встановлено, що ряди Тейлора є ефективним інструментом апроксимації функцій у програмуванні. Вони дозволяють зменшити обчислювальні витрати та підвищити швидкість алгоритмів. Застосування рядів Тейлора є доцільним у чисельних методах, комп'ютерному моделюванні та прикладних програмних системах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бойко О. М., Черняк О., Пономаренко В. Вища математика: Підручник / Київ: Фоліо, 2014.
2. Burden R. L., Faires J. D. Numerical Analysis. — Cengage Learning, 2015. — 896 p.
3. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. Numerical Recipes. — Cambridge University Press, 2007. — 1235 p.

Назаров Ілля Віталійович — студент групи ІПІ-24б, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: illia.nazarovv@gmail.com

Науковий керівник: **Кирилячук Світлана Анатоліївна** — к. пед. н., доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: kyrylashchuk@vntu.edu.ua

Nazarov Illia V. — student of group 1PI-24b, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: illia.nazarovv@gmail.com

Supervisor: **Kyrylashchuk Svitlana A.** — Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, e-mail: kyrylashchuk@vntu.edu.ua