

ВИКОРИСТАННЯ ПОХІДНОЇ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ТА ПОБУДОВИ ЇХ ГРАФІКІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглянуто основні етапи повного дослідження функції за допомогою похідної. Запропоновано нестандартну зіркоподібну схему дослідження, яка поєднує аналітичний та графічний підходи. Схема наочно демонструє взаємозв'язок між областю визначення, симетрією та асимптотами, першою та другою похідними, а також побудовою графіка. Це дозволяє швидко орієнтуватися у властивостях функції та ефективно будувати її графік.

Ключові слова: похідна, дослідження функції, монотонність, екстремум, опуклість, графік

Abstract

The paper considers the main stages of a complete study of a function using derivatives. A star-shaped infographic scheme is proposed, which visually combines analytical and graphical approaches. The scheme demonstrates connections between the domain, symmetry and asymptotes, first and second derivatives, and graph plotting. This allows efficient analysis of function properties and graphical construction.

Key words: derivative, function study, monotonicity, extremum, convexity, graph

Вступ

Дослідження функції та побудова її графіка є ключовою задачею математичного аналізу. Класичний підхід включає обчислення першої та другої похідних для визначення монотонності, екстремумів, опуклості та точок перегину.

Нова схема дослідження функції представлена у вигляді зіркоподібного графічного модуля, де центральним елементом є функція $f(x)$, а від неї виходять промені, що відображають різні аспекти дослідження:

- Область визначення та обмеження: визначаються допустимі значення аргументу та точки розриву функції.
- Перша похідна $f'(x)$: аналізується зростання та спадання функції, критичні точки та локальні екстремуми.
- Друга похідна $f''(x)$: вивчається опуклість графіка та точки перегину.
- Симетрія та асимптоти: визначаються парність/непарність та вертикальні, горизонтальні чи нахилені асимптоти.
- Графік функції: інтегрує всі дані для побудови точного та наочного графіка.

Такий підхід забезпечує наочне представлення процесу дослідження функції та дозволяє легко сприймати логіку взаємозв'язку між аналітичними і графічними характеристиками функції.

Результати дослідження

Зіркоподібна схема (див. рис. 1) дозволяє структуровано подати весь алгоритм дослідження функції, одночасно показуючи аналітичні та графічні аспекти.

- Центр схеми: $f(x)$ — досліджувана функція, навколо якої формуються гілки.
- Гілка 1 — область визначення: обмеження та точки розриву функції, що одразу показує допустимий діапазон аргументів.
- Гілка 2 — перша похідна $f'(x)$: інтервали зростання та спадання, критичні точки, локальні екстремуми.
- Гілка 3 — друга похідна $f''(x)$: опуклість та точки перегину графіка, що дозволяє визначити вигин функції.

- Гілка 4 — симетрія та асимптоти: аналіз парності/непарності, вертикальних, горизонтальних та нахилених асимптот.
- Гілка 5 — графік функції: об'єднує всі отримані дані для побудови точного графіка з урахуванням екстремумів та точок перегину.

Кожна гілка виконує свою аналітичну функцію, а разом вони формують повну картину властивостей функції, спрощуючи сприйняття та підготовку до побудови графіка.

Дослідження функції



Рисунок 1. Зіркоподібна схема дослідження функції

Пояснення:

Центр схеми — $f(x)$; гілки демонструють ключові елементи аналізу: область визначення, перша та друга похідні, симетрію й асимптоти, побудову графіка. Завдяки такій структурі можна одночасно бачити взаємозв'язок аналітичних властивостей функції та її графічного відображення.

Переваги:

1. Наочне уявлення всіх етапів дослідження одночасно.
2. Полегшує сприйняття зв'язку між аналітичними властивостями та графіком.
3. Служить навчальним інструментом для швидкого освоєння методів диференціального числення.

Висновки

Застосування зіркоподібної схеми дозволяє:

- поєднати традиційний алгоритм дослідження функції з наочною графічною презентацією;
- швидко орієнтуватися у властивостях функції;
- ефективно знаходити критичні точки, локальні екстремуми, опуклість та точки перегину;
- спростити процес побудови графіка функції.

Таким чином, схема є корисним інструментом для навчальних і наукових досліджень та прикладних задач у технічних і природничих науках.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Вища математика: у 2-х кн. Кн.1: Підручник для студ. вищ. навч. закл. / За ред. В.С. Сіренка. – Київ: Видавничий дім «Слово», 2013. – 630 с.
2. Завдання до практичних занять з вищої математики. Розділ «Диференціальне числення»: навч. посіб. / О.М. Білик, І.О. Голуб, Є.В. Мартинюк. – Вінниця: ВНТУ, 2018. – 120 с.
3. Збірник задач з вищої математики. Аналітична геометрія, математичний аналіз: навч. посіб. / М.Й. Ядренко, В.І. Жевняк, О.В. Кривошея та ін. – Київ: Вища школа, 2000. – 495 с.

Калабська Ольга Василівна – студентка групи ЕС-256, факультету ЕЕЕМ, Вінницький національний технічний університет, okalabsky@gmail.com

Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна – к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Науковий керівник: **Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна** – к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Kalabska Olha Vasylivna, Vinnytsia National Technical University, first-year student, Faculty of EEEM, okalabsky@gmail.com

Sachanyuk-Kavetska Natalia V. – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com

Supervisor: **Sachanyuk-Kavetska Natalia V.** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia National Technical University, Department of Higher Mathematics, skn1901@gmail.com