

ЗАСТОСУВАННЯ НЕЙРОННИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ЦІН АМЕРИКАНСЬКИХ ОПЦІОНІВ

¹Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглянуто задачу прогнозування цін американських опціонів із використанням нейронних диференціальних рівнянь. Проведено аналіз класичних підходів до оцінювання опціонів, зокрема моделей на основі диференціальних рівнянь фінансової математики, та показано їх обмеження у випадку складної ринкової динаміки. Запропоновано використання нейронних диференціальних рівнянь як інструменту, що поєднує математичне пояснення традиційних моделей із гнучкістю методів машинного навчання. Продемонстровано можливість підвищення точності прогнозування за рахунок навчання моделей на реальних та синтетичних фінансових даних.

Ключові слова: американські опціони, нейронні диференціальні рівняння, фінансова математика, машинне навчання, часові ряди, прогнозування.

Abstract

The paper considers the problem of forecasting American option prices using neural differential equations. Classical approaches to option pricing based on financial differential equations are analyzed, and their limitations under complex market dynamics are demonstrated. The use of neural differential equations is proposed as a method that combines the mathematical explanation of traditional models with the flexibility of machine learning techniques. The results show that training models on real and synthetic financial data can improve forecasting accuracy.

Keywords: American options, neural differential equations, financial mathematics, machine learning, time series, forecasting.

Вступ

Прогнозування цін фінансових інструментів є важливим завданням фінансової математики та кількісного аналізу. Особливу складність у цьому контексті становлять американські опціони, оскільки їх можна виконати в будь-який момент до дати закінчення дії. Через це їх оцінювання є складнішим, ніж для європейських опціонів. Традиційно для ціноутворення опціонів використовують математичні моделі, засновані на диференціальних рівняннях, зокрема модель Блека–Шоулза. Однак такі підходи вимагають застосування складних чисельних методів і не завжди здатні точно описати реальну поведінку фінансових ринків, особливо в умовах високої нестабільності. У той же час сучасні методи машинного навчання добре працюють зі складними нелінійними часовими рядами. Перспективним напрямом є нейронні диференціальні рівняння, які поєднують класичні диференціальні рівняння з нейронними мережами. Метою даної роботи є дослідження можливості використання такого підходу для прогнозування цін американських опціонів та оцінка його переваг порівняно з класичними методами.

Результати дослідження

У дослідженні розглянуто стандартну математичну модель опису динаміки ціни базового активу, яка ґрунтується на стохастичному диференціальному рівнянні:

$$dSt = \mu St dt + \sigma St dWt,$$

де St — ціна активу в момент часу t ; μ — середня дохідність; σ — волатильність (нестабільність); Wt — випадковий процес.

Для американських опціонів важливо враховувати можливість дострокового виконання. Це призводить до появи так званих задач із вільною межею, які описуються рівнянням Блека–Шоулза:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0,$$

де $V(S,t)$ — ціна опціону, а r — без-ризикова процентна ставка.

Розв'язання таких задач потребує значних обчислювальних ресурсів і є складним у практичному застосуванні, особливо для реальних фінансових даних.

У роботі запропоновано альтернативний підхід, заснований на нейронних диференціальних рівняннях. У цьому випадку динаміка фінансової системи описується рівнянням:

$$\frac{dz(t)}{dt} = f_{\theta}(z(t), t),$$

де $z(t)$ — вектор стану фінансової системи, а f_{θ} — нейронна мережа з параметрами θ .

Такий підхід дозволяє замінити складну аналітичну форму правої частини рівняння на нейронну мережу, яка навчається безпосередньо на фінансових даних. При цьому зберігається структура диференціального рівняння, що робить модель більш інтерпретованою порівняно зі звичайними нейронними мережами.

Навчання моделей проводилося як на реальних ринкових даних, так і на синтетичних вибірках, згенерованих за допомогою класичних фінансових моделей. Результати порівняння показали, що нейронні диференціальні рівняння краще пристосовуються до змін ринкової нестабільності та забезпечують вищу точність прогнозування, особливо в умовах нестабільних ринків.

Висновки

У цьому дослідженні показано, що нейронні диференціальні рівняння є ефективним інструментом для прогнозування цін американських опціонів. Запропонований підхід поєднує строгість класичних математичних моделей із гнучкістю методів машинного навчання. Отримані результати свідчать про доцільність використання нейронних диференціальних рівнянь у фінансовій аналітиці та підтверджують перспективність подальших досліджень у цьому напрямі, зокрема для побудови систем підтримки прийняття фінансових рішень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // Journal of Political Economy. – 1973.
2. Hull J. Options, Futures, and Other Derivatives. – Pearson, 2018.
3. Chen R. T. Q., Rubanova Y., Bettencourt J., Duvenaud D. Neural Ordinary Differential Equations // NeurIPS. – 2018.
4. Glasserman P. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. – Springer, 2004.
5. Björk T. Arbitrage Theory in Continuous Time. – Oxford University Press, 2009.

Балан Владислав Русланович — студент групи 1KI-25МС, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Науковий керівник: **Бондаренко Злата Василівна** — канд. педагогічних наук, доцент, кафедра вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

Balan Vladislav Ruslanovych — student of group 1KI-25MS, Faculty of Information Technology and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Supervisor: **Bondarenko Zlata Vasylivna** — Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia