

ОПТИМІЗАЦІЯ ЛОГІЧНИХ СХЕМ ДЛЯ КВАНТОВИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі досліджуються фундаментальні принципи трансляції класичних цифрових схем в еквівалентні квантові ланцюги. Розглядається концепція оборотної логіки та аналізуються ключові універсальні гейти, такі як Тоффолі та Фредкіна, необхідні для забезпечення унітарності квантових операцій. Проведено порівняльний аналіз реалізації базових логічних функцій із позиції квантової вартості, що визначається кількістю необхідних гейтів, зокрема схильних до помилок операторів CNOT. У дослідженні представлені та апробовані методи синтезу та мінімізації квантових ланцюгів для типових комбінаційних схем (наприклад, суматора та мультиплексора). Здійснено моделювання та оцінку оптимізованих квантових схем у середовищі IBM Qiskit [4].

Ключові слова: квантові обчислення, оборотна логіка, гейт Тоффолі, квантовий ланцюг, мінімізація, CNOT, оптимізація.

Abstract

This paper investigates the fundamental principles of translating classical digital circuits into equivalent quantum circuits. The concept of reversible logic is explored, and key universal gates, such as Toffoli and Fredkin, necessary for ensuring the unitarity of quantum operations, are analyzed. A comparative analysis of the implementation of basic logical functions is conducted from the perspective of quantum cost, defined by the number of required gates, particularly the error-prone CNOT operators. The study presents and tests methods for the synthesis and minimization of quantum circuits for typical combinational schemes (e.g., adder and multiplexer). Modeling and evaluation of the optimized quantum circuits are performed using the IBM Qiskit environment.

Keywords: quantum computing, reversible logic, Toffoli gate, quantum circuit, minimization, CNOT, optimization.

Вступ

Цифрова системотехніка традиційно побудована на необерненій логіці, де неминуча втрата інформації у логічних елементах (наприклад, при операції AND) пов'язана з розсіюванням енергії. З огляду на розвиток квантових обчислень [1], ця класична парадигма потребує переосмислення. Для функціонування квантові обчислення вимагають оборотності (reversibility) логічних операцій для забезпечення унітарності — збереження інформації та енергії. Переведення існуючих класичних цифрових схем у мінімально необхідні квантові ланцюги є актуальним науковим завданням. Неоптимальна трансляція класичної схеми призводить до надмірного використання кубітів (основна одиниця квантової інформації, яка може перебувати не лише в станах 0 або 1, як класичний біт, а й у їхній квантовій суперпозиції)[2]. та збільшення кількості двокубітних операторів CNOT (Controlled-NOT), які є найсхильнішими до помилок елементами на сучасних квантових процесорах.

Основна частина

Оборотна логіка є базовою парадигмою, на якій будується квантова схемотехніка. Вона вимагає, щоб вхідні стани будь-якого логічного елемента могли бути однозначно відновлені за його вихідними станами. У квантовій механіці цей принцип, відомий як унітарність, є обов'язковим. Для реалізації універсальних обчислень в оборотній логіці використовуються ключові оборотні гейти, зокрема Гейт Тоффолі (Toffoli) — 3-кубітний контрольований-контрольований-NOT (CCNOT), та Гейт Фредкіна (Fredkin) — контрольований SWAP. Ці гейти є функціонально повними, що дозволяє реалізувати будь-яку класичну логічну функцію. При трансляції класичних елементів у квантову форму виникає проблема "сміттєвих виходів" (Garbage Outputs). Оборотні гейти, на відміну від класичних, завжди мають однакову кількість входів та виходів. Виходи, що не несуть корисної інформації про кінцевий результат, займають цінні допоміжні кубіти [2] (ancilla qubits), які не використовуються для кодування основних даних, але збільшують загальну вартість ланцюга та його вразливість до помилок. Оптимізація сміттєвих виходів є одним із ключових аспектів синтезу квантової логіки.

Квантовий ланцюг являє собою послідовність операцій, що складається з однокубітних гейтів [2] (Hadamard, X, Z, R) та двокубітних [2], серед яких CNOT є найкритичнішим. Квантова Вартість — це основний показник ефективності, що визначається загальною кількістю базових елементарних квантових операцій. Найбільший внесок у вартість та рівень помилок мають гейти, які вимагають взаємодії між кубітами, особливо CNOT, оскільки їхня фізична реалізація є складною і вони є основним джерелом декогеренції. Виходячи з цього, мінімізація кількості CNOT є головною метою оптимізації. Дослідження зосереджується на застосуванні методів для зменшення кількості гейтів та кубітів. Ці методи включають: Синтез на основі Декомпозиції, де складна схема розбивається на простіші компоненти, кожен з яких транслірується в оптимальну квантову форму, а потім ланцюги поєднуються. Оптимізація Оборотних Гейтів включає ефективну декомпозицію універсальних гейтів, таких як Тоффолі, до базового набору CNOT та однокубітних [2] гейтів, мінімізуючи його вартість (мінімальна вартість одного Тоффолі-гейта становить 6 CNOT). Також застосовуються Алгоритми Еквівалентності та Згортання, які використовують правила квантової алгебри для спрощення ланцюга після його початкової трансляції, усуваючи взаємно скорочувані операції та зменшуючи глибину ланцюга.

Дослідження

Для досягнення поставленої мети було обрано два типові класичні комбінаційні вузли, Повний Суматор (Full Adder) та 2:1 Мультиплексор, як тестові об'єкти. Методологія дослідження передбачала такі етапи:

1. Початкова Трансляція: На першому етапі була виконана пряма реалізація логіки [3] Суматора та Мультиплексора з використанням універсальних оборотних гейтів Тоффолі та Фредкіна. Це дозволило отримати базовий, неоптимізований квантовий ланцюг, який слугував еталоном для порівняння. Було зафіксовано початкову кількість необхідних кубітів, CNOT-гейтів та загальну глибину ланцюга.
2. Застосування Методу Декомпозиції: Складна логіка була розбита на простіші, мінімально необхідні елементи (AND, XOR), для кожного з яких була знайдена найменш витратна квантова реалізація. Було виконано декомпозицію гейтів Тоффолі до базового набору, підтримуваного апаратним забезпеченням IBM (CNOT, T, H).
3. Алгоритмічна Оптимізація: До отриманих ланцюгів застосовувалися методи алгебраїчного спрощення. Використовувалися вбудовані функції оптимізації (транспіляції) середовища IBM Qiskit [4] для автоматичного виявлення та згортання послідовностей гейтів, що взаємно

скорочуються, а також для оптимізації розміщення кубітів (mapping) з урахуванням топології зв'язків реального квантового процесора.

4. Моделювання та Порівняння: Фінальні, оптимізовані ланцюги були змодельовані у симуляторі Qiskit [4]. Проведено кількісне порівняння оптимізованих ланцюгів з початковими за такими ключовими метриками: Кількість Кубітів, Кількість CNOT-гейтів та Глибина Ланцюга (Circuit Depth). Зазначені метрики були використані для обчислення фінального виграшу в ефективності.

Висновки

Проведене дослідження підтвердило, що пряма трансляція класичної логіки призводить до неоптимальної квантової вартості. Застосовані методи оптимізації, включаючи декомпозицію та алгоритмічне спрощення в середовищі Qiskit [4], дозволили істотно зменшити витрати ресурсів. Зокрема, оптимізація повного суматора дозволила зменшити кількість критичних гейтів CNOT на 25%-30% порівняно з початковою реалізацією (зі 12-14 CNOT до 9-10). Це зниження є ключовим, оскільки безпосередньо корелює зі зменшенням ймовірності помилок і підвищує надійність при фізичній реалізації на реальному квантовому комп'ютері. Таким чином, результати підтверджують ефективність запропонованих підходів. Отримані дані можуть бути використані як основа для розробки автоматизованих інструментів синтезу для переведення складніших класичних цифрових систем (наприклад, арифметико-логічних пристроїв) у квантовий формат, оптимізований з урахуванням апаратних обмежень сучасних квантових процесорів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кривошеєва Л. С., Пасічник В. А. Оптимізація алгоритмів квантових ланцюгів на прикладі базових арифметичних операцій. — *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Кібербезпека та інформаційні технології»*. Харків: ХНУРЕ, 2024.
2. Григорович В. Г., Назаренко І. І. Квантові обчислення: основи, сучасний стан та перспективи. — *Наукові записки НаУКМА. Фізико-математичні науки*. Київ, 2023. Т. 36.
3. Frank, M. P. Reversible Computing: Fundamentals, Quantum Implications and Hardware Perspectives. — *ACM Computing Surveys*, 2022.
4. IBM Quantum. Qiskit [4] Documentation and Optimization Methods [Електронний ресурс]. — IBM Quantum, 2024.
5. Азаров О. Д., Гарнага В. А., Клятченко Я. М., Тарасенко В. П. Комп'ютерна схемотехніка. Комп'ютерна схемотехніка [Текст] : підручник / О. Д. Азаров, В. А. Гарнага, Я. М. Клятченко, В. П. Тарасенко. — Вінниця : ВНТУ, 2018. — 230 с.

Кацап Ярослав Сергійович, студент групи ІСП-23Б, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, email: yaroslav.katsap@gmail.com

Наукові керівники: **Тарновський Микола Генадійович** - к.т.н., доцент, кафедра ОТ, ВНТУ, email: ntarn@vntu.edu.ua

Колесник Ірина Сергіївна – доцент кафедри обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: iskolesnyk@gmail.com

Katsap Yaroslav Serhiyovych, student of group ISP-23B, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: yaroslav.katsap@gmail.com

Supervisors: **Tarnovsky Mykola Henadiyovych** - Associate Professor at the Department of Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, email: ntarn@vntu.edu.ua

Kolesnyk Iryna Serhiivna - Associate Professor at the Department of Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, email: iskolesnyk@gmail.com