

ОБЧИСЛЮВАЛЬНА СКЛАДНІСТЬ ГРИ В ШАХИ: ВІД ЧИСЛА ШЕННОНА ДО АЛГОРИТМІВ ОЦІНКИ ПОЗИЦІЙ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У доповіді проводиться аналіз математичних викликів, пов'язаних з астрономічною обчислювальною складністю гри в шахи, та методів їх подолання за допомогою комбінаторного аналізу і теорії ймовірностей. Досліджується роль масштабу ігрового простору, визначеного Клодом Шенноном, у формуванні стратегії як для людини, так і для штучного інтелекту. Детально розглядається застосування комбінаторики для розрахунку форсованих варіантів та використання імовірнісної евристики у функціях оцінки позиції шахових рушіїв.

Ключові слова: шахи, число Шеннона, комбінаторний аналіз, функції оцінки, імовірнісна евристика, шахові рушії.

Abstract

The report analyzes the mathematical challenges associated with the astronomical computational complexity of chess and the methods for overcoming them using combinatorial analysis and probability theory. The role of the scale of the game space, defined by Claude Shannon, in the formation of strategy for both humans and artificial intelligence is investigated. The application of combinatorics for calculating forced variations and the use of probabilistic heuristics in chess engine position evaluation functions are considered in detail.

Keywords: chess, Shannon number, combinatorial analysis, evaluation functions, probabilistic heuristics, chess engines.

Вступ

Шахи – це гра з повною інформацією, результат якої залежить виключно від ходів гравців. Незважаючи на детермінованість, гра має астрономічну обчислювальну складність. У роботі аналізуються математичні виклики гри в шахи, зосереджуючись на комбінаторному аналізі для вимірювання ігрового простору (Число Шеннона) та на алгоритмах оцінки позиції. Дослідження показує, як математичні методи допомагають перетворити цю складну гру на ефективну обчислювальну задачу, придатну для моделювання ШІ.

Результати дослідження

Комбінаторний аналіз і число Шеннона

Однією з найбільш вражаючих математичних характеристик шахів є астрономічна кількість можливих ходів та унікальних позицій на дошці.

Оцінка ігрового простору (Число Шеннона)

- Приблизна кількість легальних шахових позицій була оцінена Клодом Шенноном як близько 10^{43} . Кількість можливих унікальних шахових партій, відома як число Шеннона, за оцінками, становить приблизно 10^{120} . Ця величина значно перевищує кількість атомів у спостережуваному Всесвіті.

Навіть після невеликої кількості ходів кількість можливих комбінацій перевищує можливості людини для повного прорахунку. Наприклад, після перших двох ходів кількість можливих продовжень гри вже перевищує 400.

Комбінаторний розрахунок форсованих варіантів

Комбінаторика є основною для розрахунку форсованих варіантів – послідовність ходів, що призводять до певного результату. Для розрахунку форсованої комбінації з k ходів, де на кожному кроці i існує n_i можливих відповідей опонента, загальна кількість ліній, які необхідно перевірити, обчислюється за правилом добутку:

$$N = \prod_{i=1}^k n_i$$

Ймовірнісна евристика та оцінка стратегічних перспектив

У шахах мат є детермінованим результатом, що досягається послідовністю точних ходів. Однак, теорія ймовірностей застосовується як евристика для оцінки перспектив та ризиків стратегічних рішень.

- Оцінка успішності атаки: гравець оцінює «ймовірність» того, що його план призведе до мату, ґрунтуючись на комбінаторному аналізі можливих відповідей опонента. Це евристична ймовірність, що відображає ступінь впевненості, заснована на здатності прорахувати дерево варіантів.
- «Шанси» в ендшпілях: «шанси» на перемогу або нічию в складних ендшпілях ґрунтуються на комбінаторному перерахунку виграшних або програшних варіантів. Якщо ендшпіль об'єктивно нічийний, «ймовірність» перемоги зводиться до «ймовірності» помилки суперника.
- Оцінка ризику помилки: оцінюється, наскільки «ймовірно» гравець або суперник можуть зробити помилку в певній складній позиції. Це суб'єктивна ймовірність, заснована на досвіді та складності ситуації

Роль математичного аналізу у розвитку шахового програмного забезпечення

Прогрес шахових рушіїв є свідченням потужності застосування комбінаторних та ймовірнісних моделей.

- Алгоритми пошуку: сучасні програми використовують алгоритми, такі як мінімаксний пошук з альфа-бета відсіченням, щоб ефективно досліджувати мільярди комбінацій за секунду.
- Функції оцінки позиції: ці функції присвоюють кожній позиції числовий «бал» (наприклад, від -10 до +10), що представляє «перевагу» для однієї зі сторін. Цей бал є кількісним виразом «шансів» на перемогу, що виводиться зі складних розрахунків, включаючи цінність фігур, пішакову структуру та безпеку короля.

Висновки

Отже, шахи, незважаючи на відсутність випадкових елементів, є видатним прикладом застосування математичного аналізу для подолання обчислювальної складності у стратегічній грі. Комбінаторний аналіз, відображений у числі Шеннона (10^{120} варіантів), дозволяє нам усвідомити величезний масштаб ігрового простору та розраховувати форсовані варіанти. Тоді як алгоритми пошуку та ймовірнісна евристика (функції оцінки позиції) допомагають гравцям та ШІ оцінювати шанси на перемогу, ризики та приймати оптимальні рішення, перетворюючи цю складність на обчислювальну задачу. Це підкреслює універсальність математичних методів та їхню здатність трансформувати гру з астрономічною складністю на ефективну обчислювальну модель, демонструючи науковий підхід до її опанування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Shannon C. E. XXII. Programming a computer for playing chess. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1950. Т. 41, № 314. С. 256–275.
URL: <https://vision.uniprv.it/IA1/ProgrammingaComputerforPlayingChess.pdf> (дата звернення: 23.05.2025).
2. Which is greater? The number of atoms in the universe or the number of chess moves? National Museums Liverpool. URL: <https://www.liverpoolmuseums.org.uk/stories/which-greater-number-of-atoms-universe-or-number-of-chess-moves> (дата звернення: 23.05.2025).
3. L. T. B. R. S. N. P. J. G. K. (2020). Computer Science & AI: Alpha-Beta Pruning. Georgia Tech's Online Master of Science in Computer Science. URL: https://omscs.gatech.edu/sites/default/files/images/omscs_2020_05_05_alpha-beta_pruning_and_evaluation.pdf (дата звернення: 23.05.2025).

4. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики Частина 1 : навчальний посібник / Хом'юк І. В. , Сачанюк-Кавецька Н. В., Ковальчук М. Б., Хом'юк В. В. – Вінниця : ВНТУ, 2017. –145 с.
5. Теорія ймовірностей та математична статистика : навчальний посібник / Хом'юк І. В. , Хом'юк В. В., Краєвський В. О. – Вінниця : ВНТУ, 2009. –189 с.
6. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики Частина 1 : навчальний посібник / Хом'юк І. В. , Сачанюк-Кавецька Н. В., Ковальчук М. Б., Хом'юк В. В. – Вінниця : ВНТУ, 2017. –162 с.

Костюк Денис Васильович – студент групи 1ПКТ-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, email: deniskostuk445@gmail.com.

Науковий керівник: **Хом'юк Ірина Володимирівна** – д.пед.н., професор, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: vikiraivh@gmail.com

Kostiuk Denis Vasyliovych – student of group 1PKT-24b, Faculty of Intelligent Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: deniskostuk445@gmail.com.

Supervisor: **Irina Khomyuk** – Doctor of Science (Ped.), Professor of Higher Mathematics Department, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: vikiraivh@gmail.com.