

ПРОСТОРОВІ КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Під час розвитку математичного апарату виникає потреба в узагальненні відомих понять для опису складніших об'єктів та процесів. Класичні комплексні числа ефективно використовуються для задач на площині, однак при моделюванні просторових явищ доцільним є їх розширення на тривимірний простір. У роботі розглянуто поняття просторових комплексних чисел, їх алгебраїчне задання, геометричну інтерпретацію та основні операції. Показано зв'язок просторових комплексних чисел із векторною алгеброю та можливі напрями практичного застосування.

Ключові слова: комплексні числа, просторові комплексні числа, уявна одиниця, вектор, модуль.

Abstract

In the development of mathematical tools, there is a need to generalize known concepts to describe more complex objects and processes. Classical complex numbers are effectively used for planar problems, but when modeling spatial phenomena, it is advisable to extend them to three-dimensional space. This paper considers the concept of spatial complex numbers, their algebraic representation, geometric interpretation, and basic operations. The connection between spatial complex numbers and vector algebra, as well as possible areas of practical application, is shown.

Key words: complex numbers, spatial complex numbers, imaginary unit, vector, modulus.

Вступ

Інформаційні та технічні системи сучасності потребують ефективних математичних моделей для опису процесів у просторі. Одним із таких інструментів є узагальнення комплексних чисел, які традиційно застосовуються для аналізу двовимірних задач. Перехід до просторових моделей зумовлює необхідність введення нових математичних об'єктів, здатних поєднати алгебраїчні та геометричні властивості. Просторові комплексні числа розглядаються як розширення класичних комплексних чисел і дають змогу компактно описувати положення точок та напрямки в тривимірному просторі. Це робить їх корисними в теоретичних дослідженнях і прикладних задачах фізики, інженерії та комп'ютерної графіки [1, 2].

Результати дослідження

Просторові комплексні числа зберігають низку властивостей, притаманних класичним комплексним числам. Зокрема, операція додавання є комутативною та асоціативною, а множення на дійсне число задовольняє дистрибутивний закон. Разом із тим, на відміну від звичайних комплексних чисел, операція множення між двома просторовими комплексними числами не завжди є комутативною, що зближує їх із кватерніонами [3].

Просторові комплексні числа мають тісний зв'язок із векторами у тривимірному просторі. Кожному просторовому комплексному числу можна поставити у відповідність вектор з координатами (a, b, c) . Такий підхід дозволяє використовувати геометричну інтерпретацію для аналізу алгебраїчних операцій. Просторове комплексне число можна подати у вигляді $z = a + bi + cj$, де a, b, c — дійсні числа, а i та j — уявні одиниці, для яких задаються правила множення. Додавання таких чисел здійснюється покомпонентно, що аналогічно додаванню векторів у просторі. Геометрично просторове комплексне число відповідає радіус-вектору в тривимірному евклідовому просторі (рис. 1). Модуль

просторового комплексного числа визначається як довжина цього вектора і обчислюється за формулою:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Така інтерпретація дозволяє використовувати просторові комплексні числа для опису обертань і просторових перетворень.

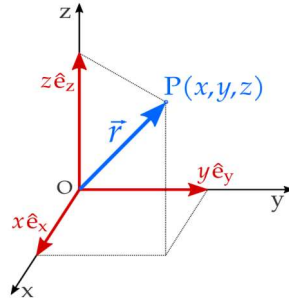


Рисунок 1. Геометрична інтерпретація просторового комплексного числа

Порівняльну характеристику геометричних моделей числових систем наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Операція	Аналітичний запис	Геометричний зміст
Додавання	$z = z_1 + z_2$	Додавання радіус векторів
Модуль	$ z = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	Довжина вектора
Множення на число	$k * z$	Масштабування вектора

З таблиці видно, що різні числові множини мають наочну геометричну інтерпретацію. Дійсні числа зображаються точками на числовій прямій, комплексні числа — точками або векторами на площині, а просторові комплексні числа — радіус-векторами у тривимірному евклідовому просторі. Зі збільшенням кількості складових числа ускладнюється і простір, у якому воно розглядається. Зокрема, просторове комплексне число виду

$$z = a + bi + cj$$

можна подати у вигляді вектора з координатами (a, b, c) , який починається в початку координат і закінчується в точці, що відповідає значенням дійсної та уявних частин числа.

Наведене в таблиці порівняння допомагає краще зрозуміти зв'язок між алгебраїчним записом просторового комплексного числа та його геометричним змістом, що є важливим для подальшого використання таких чисел у прикладних задачах.

Висновки

Просторові комплексні числа є логічним узагальненням класичних комплексних чисел і дозволяють ефективно описувати просторові об'єкти та процеси. Їх використання спрощує математичний опис задач і забезпечує наочну геометричну інтерпретацію, що є важливим для навчальних і прикладних досліджень.

Застосування просторових комплексних чисел доцільне у задачах аналітичної геометрії, комп'ютерної графіки, фізики та технічних наук, де необхідно поєднати алгебраїчний апарат із геометричним змістом. Подальше вивчення цього напрямку сприяє формуванню цілісного уявлення про математичні моделі просторових явищ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бевз, Г. П. Алгебра і початки аналізу : підруч. для закл. загал. серед. освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Освіта, 2019. – 384 с. https://files.pidruchnyk.com.ua/uploads/book/9_klas_algebra_bevz_2017.pdf
2. Дубовик, В. П. Вища математика. Ч. 1 : навч. посіб. / В. П. Дубовик. – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 312 с. <https://dspace.nuft.edu.ua/server/api/core/bitstreams/39e435b8-5a4f-400d-aea6-2e2f47f7c5c0/content>
3. Корольський, В. В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навч. посіб. / В. В. Корольський. – К. : Либідь, 2011. – 256 с. <https://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf>

Підгорець Діана Сергіївна – студентка 1-го курсу, групи ЕС-25б, факультету ФЕЕЕМ, Вінницький національний технічний університет, pidgorecdiana@gmail.com

Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна – к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Науковий керівник: **Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна** – к. т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Pidhorets Diana Serhiivna – 1-st year student, group ES-25b, Faculty of FEEEM, Vinnytsia National Technical University pidgorecdiana@gmail.com.

Sachanyuk-Kavetska Natalia V. – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com

Supervisor: **Sachanyuk-Kavetska Natalia V.** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia National Technical University, Department of Higher Mathematics, skn1901@gmail.com