

ЗАСТОСУВАННЯ АПАРАТУ РЯДІВ ФУР'Є ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У статті досліджено прикладні аспекти застосування апарату рядів Фур'є в сучасних системах телекомунікацій. Основну увагу приділено механізмам фільтрації небажаних шумів та принципам спектрального стиснення даних. Проаналізовано вплив ефекту Гіббса на точність відновлення сигналу в місцях розриву. Результати підтверджують ефективність гармонічного аналізу як бази для розробки алгоритмів обробки цифрової інформації, що дозволяє мінімізувати спотворення та оптимізувати частотний ресурс.

Ключові слова: ряди Фур'є, гармонічний аналіз, спектр сигналу, умови Діріхле, ефект Гіббса, частотна область, частота дискретизації.

Abstract

The article investigates the applied aspects of the Fourier series apparatus in modern telecommunications systems. The main attention is paid to the mechanisms of filtering unwanted noise and the principles of spectral data compression. The influence of the Gibbs effect on the accuracy of signal recovery in places of discontinuity is analyzed. The results confirm the effectiveness of harmonic analysis as a basis for the development of algorithms for processing digital information, which allows minimizing distortion and optimizing the frequency resource.

Keywords: Fourier series, harmonic analysis, signal spectrum, Dirichlet conditions, Gibbs phenomenon, data filtering, frequency response.

Вступ

В умовах стрімкого розвитку безпроводних технологій та високошвидкісних мереж, спектральний аналіз залишається фундаментом обробки інформації. Будь-яка передача даних стикається з проблемою спотворення сигналу в каналі зв'язку. Математичний інструментарій рядів Фур'є дозволяє перейти від аналізу часової форми сигналу до його частотної структури, що відкриває можливості для селективного видалення шумів та ефективного стиснення інформації. Метою роботи є аналіз практичної реалізації гармонічного розкладу для оптимізації сучасних телекомунікаційних систем.

Результати дослідження

Розкладання сигналу в ряд Фур'є дозволяє ідентифікувати енергетичний внесок кожної частоти в загальну структуру процесу. Проте при практичній реалізації методу, коли замість нескінченного ряду використовується його скінченна сума, виникає явище, відоме як ефект Гіббса (рис.1).

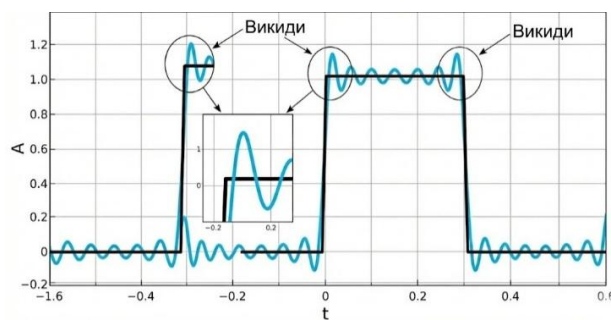


Рисунок 1 – ефект Гіббса

При спробі апроксимувати за допомогою ряду Фур'є сигнали з розривами у точках різкого перепаду амплітуди виникають характерні коливання — «дзвін».

Дослідження показує, що навіть при збільшенні кількості членів ряду Фур'є, амплітуда першого викиду залишається сталою — приблизно 8.95% від величини стрибка сигналу. Це фундаментальна властивість апроксимації, яка не залежить від потужності обчислювача.

У цифрових системах ці викиди, спричинені властивостями рядів Фур'є, можуть призводити до помилкового спрацювання логічних схем, тому потребують обов'язкового згладжування.

Оскільки білий шум рівномірно розподілений за спектром, представлення сигналу у вигляді ряду Фур'є дозволяє просто обнулити компоненти, де домінує шум.

Алгоритм стиснення MP3 (MPEG-1 Audio Layer III) базується на розкладанні аудіосигналу в частотний спектр, що дозволяє застосувати психоакустичне моделювання. У процесі обробки вилучаються ті складові ряду Фур'є, які є нечутними для людського вуха через поріг сприйняття частот або ефект маскування (коли гучніші звуки пригнічують тихі). Це забезпечує значне скорочення обсягу даних при збереженні високої суб'єктивної якості звучання.

Висновки

Проведене дослідження підтвердило, що ряди Фур'є залишаються математичною основою для цифрової обробки сигналів. Встановлено, що ефект Гіббса є супутником апроксимації, який необхідно згладити за допомогою спеціальних функцій. Спектральне представлення сигналу через ряди Фур'є дозволяє реалізувати гнучкі алгоритми фільтрації та забезпечує високу пропускну здатність каналів зв'язку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бабак В. П., Бабак С. В., Берегунь В. С. Цифрова обробка сигналів: підручник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 420 с.
2. Мартинюк С. В. Математичні методи спектрального аналізу в інфокомунікаціях : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2022. 115 с.
3. Pinchuk V. P. Mathematical Modeling of Digital Signals and Systems. Journal of Engineering Sciences. 2023. Vol. 10(2). P. 45–52.
4. Tan L., Jiang J. Digital Signal Processing: Fundamentals and Applications. 4th ed. Academic Press, 2024. 912 p.
5. Lyons R. G. Understanding Digital Signal Processing. 4th ed. Pearson Education, 2021. 950 p.

Рачковський Вадим Григорович – студент групи 1KI-25МС, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: rachkovskyvadym@gmail.com.

Науковий керівник: **Бондаренко Злата Василівна** – канд. пед. наук, доцент, кафедра вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Rachkovsky Vadym Hryhorovych – student of group 1KI-25MS, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: rachkovskyvadym@gmail.com

Scientific advisor: **Bondarenko Zlata Vasylivna** – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.