

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В АЛГОРИТМАХ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ ЗАДАЧ КОМП'ЮТЕРНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглянуто застосування математичних методів у задачі класифікації зображень на основі багатопшарового перцептрона. Показано подання цифрових зображень у вигляді векторів багатовимірного простору та використання апарату лінійної алгебри, диференціального й інтегрального числення для навчання нейронної мережі. Проаналізовано функцію втрат і метод градієнтного спуску, а також досліджено вплив параметрів навчання на точність класифікації. Отримані результати підтверджують доцільність використання багатопшарового перцептрона в системах комп'ютерної інженерії з обмеженими обчислювальними ресурсами.

Ключові слова: штучний інтелект, нейронні мережі, вища математика, градієнтний спуск, лінійна алгебра, автоматизація.

Abstract

This paper considers the application of mathematical methods to image classification using a multilayer perceptron. Digital images are represented as vectors in a high-dimensional space, which enables the use of linear algebra, differential, and integral calculus for neural network training. The loss function and the gradient descent method are analyzed, and the influence of training parameters on classification accuracy is investigated. The obtained results confirm the effectiveness of multilayer perceptrons for image classification tasks in computer engineering systems with limited computational resources.

Keywords: artificial intelligence, neural networks, higher mathematics, gradient descent, linear algebra, automation.

Вступ

Інтенсивний розвиток систем комп'ютерної інженерії зумовлює зростання ролі алгоритмів автоматизованої обробки та аналізу візуальної інформації. Задача класифікації зображень є базовою для систем технічного зору, інтелектуальних виробничих комплексів, систем контролю якості та медичних діагностичних систем.

Незважаючи на поширення глибоких згорткових мереж, багатопшарові перцептрони залишаються актуальними в задачах із обмеженими обчислювальними ресурсами та коли важливою є аналітична інтерпретованість моделі. Це робить доцільним детальний аналіз математичних методів, що лежать в основі таких моделей.

Практична значущість отриманих результатів полягає у можливості використання запропонованого підходу при розробці та оптимізації систем комп'ютерної інженерії для задач класифікації зображень за умов обмежених обчислювальних ресурсів. Запропонована математична модель дозволяє обґрунтовано обирати параметри навчання багатопшарового перцептрона з метою підвищення точності та стабільності роботи системи. Результати роботи можуть бути використані при створенні програмних модулів технічного зору, інтелектуальних систем контролю якості, а також у навчально-науковій діяльності під час підготовки фахівців з комп'ютерної інженерії та інформаційних технологій.

Цифрове зображення у відтінках сірого подається у вигляді матриці інтенсивностей:

$$X = \{x_{ij}\}, x_{ij} \in [0, 1],$$

де нормалізація виконується шляхом поділу початкових значень пікселів на 255.

Для подачі на вхід нейронної мережі матриця зображення перетворюється у вектор простору

$$x \in \mathbb{R}^{mn}.$$

Таким чином, множина зображень формує навчальну вибірку в багатовимірному евклідовому просторі, що дозволяє застосовувати апарат лінійної алгебри для їх аналізу та обробки. Розглянемо багат шаровий перцептрон з одним прихованим шаром (Рисунок 1).

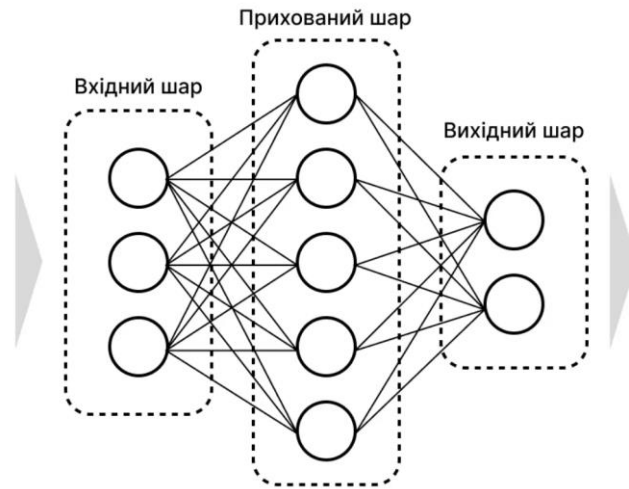


Рис. 1. Схема багат шарового перцептрона

Функціональна залежність виходу мережі описується системою:

$$\begin{aligned} h &= \sigma(W^{(1)}x + b^{(1)}), \\ \hat{y} &= \varphi(W^{(2)}h + b^{(2)}), \end{aligned}$$

де $W^{(1)}, W^{(2)}$ — матриці ваг, $b^{(1)}, b^{(2)}$ — вектори зміщень, $\sigma(\cdot)$ — нелінійна активаційна функція, $\varphi(\cdot)$ — функція нормалізації виходу. Операції множення матриць і векторів забезпечують лінійне перетворення простору ознак, а нелінійні функції вводять необхідну апроксимаційну здатність моделі.

Для оцінювання якості класифікації використовується функція середньоквадратичної похибки:

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|y_i - \hat{y}_i\|^2,$$

де N — кількість навчальних зразків. Мінімізація функції втрат здійснюється методом градієнтного спуску:

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} - \eta \nabla L(\theta^{(k)}),$$

де η — швидкість навчання, θ — вектор параметрів нейронної мережі. Застосування диференціального числення дозволяє аналітично визначити напрямок найшвидшого зменшення функції втрат.

Узагальнену оцінку похибки класифікації можна подати у вигляді інтегральної характеристики:

$$E = \int_{\Omega} \|y(x) - \hat{y}(x)\|^2 p(x) dx,$$

де $p(x)$ — щільність імовірності розподілу зображень у просторі ознак Ω . Дискретна форма цієї оцінки використовується при практичній реалізації алгоритму навчання.

Експериментальні результати

Для експериментального дослідження розглянуто задачу класифікації зображень рукописних цифр, поданих у вигляді векторів розмірності 256. Багат шаровий перцептрон містив 64 нейрони у прихованому шарі.

Досліджено вплив швидкості навчання на точність класифікації. Встановлено, що надмірно малі значення швидкості навчання призводять до повільної збіжності алгоритму, тоді як великі значення викликають нестабільність процесу оптимізації. Оптимальний компроміс між швидкістю збіжності та точністю було досягнуто при середніх значеннях параметра навчання.

Висновки

У роботі показано, що використання фундаментальних математичних методів є ключовим фактором ефективності алгоритмів класифікації зображень. Багатошаровий перцептрон забезпечує достатню точність класифікації за умови коректного вибору параметрів навчання та дозволяє формалізувати процес обробки даних у термінах лінійної алгебри, диференціального та інтегрального числення.

Отримані результати можуть бути використані при розробці інтелектуальних систем комп'ютерної інженерії з обмеженими обчислювальними ресурсами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
2. Strang G. Linear Algebra and Its Applications. Cengage Learning, 2016.
3. Кайдан Н., Щенсевич О. Штучний інтелект у викладанні математичних дисциплін — 2025.

Коробейнікова Ольга Андріївна — студентка групи ІКІ-25мс, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м.Вінниця. e-mail: olhakor2006@gmail.com

Бондаренко Злата Василівна — канд. педагогічних наук, доцент, кафедра вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

Науковий керівник: **Бондаренко Злата Василівна** — канд. педагогічних наук, доцент, кафедра вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

Korobeinikova Olha A. — Department of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: olhakor2006@gmail.com

Bondarenko Zlata V. — Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Supervisor: **Bondarenko Zlata V.** — Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia