

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА В ЦИФРОВУ ЕПОХУ: ВІД РОЗКЛАДУ МАТРИЦЬ ДО ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі досліджено роль лінійної алгебри в сучасних цифрових технологіях та системах штучного інтелекту. Розглянуто застосування матричних операцій, розкладів SVD та QR у задачах обробки даних та зменшення розмірності. Проаналізовано ключову роль лінійної алгебри у побудові нейронних мереж та оптимізаційних алгоритмів. Надано експериментальні результати оцінки швидкодії базових матричних операцій на Python.

Ключові слова: лінійна алгебра, матриця, SVD, QR-розклад, штучний інтелект, оптимізація, нейронні мережі.

Abstract

The paper investigates the role of linear algebra in modern digital technologies and artificial intelligence systems. It examines the applications of matrix operations, SVD and QR decompositions in data processing and dimensionality reduction. The crucial role of linear algebra in neural network construction and optimization algorithms is analyzed. Experimental performance results of basic matrix operations in Python are provided.

Keywords: linear algebra, matrix, SVD, QR decomposition, artificial intelligence, optimization, neural networks.

Вступ

Лінійна алгебра є основою цифрових технологій, що використовуються в системах штучного інтелекту, машинному навчанні, комп'ютерному зорі та аналізі великих даних. Операції з матрицями та векторами дозволяють формалізувати складні процеси, виконувати ефективні обчислення й створювати моделі з високою точністю.

Методи лінійної алгебри є базою для таких інструментів, як сингулярний розклад матриць (SVD), QR-декомпозиція, а також власні значення і власні вектори. Завдяки цим підходам вдалося розробити високоефективні алгоритми для компресії даних, зменшення розмірності та підвищення стійкості систем глибокого навчання. У цифрову епоху роль лінійної алгебри стає ще більш важливою, особливо на фоні стрімкого розвитку штучного інтелекту.

Результати дослідження

Дослідження присвячено застосуванню лінійної алгебри в обробці даних та штучних нейронних мережах. На першому етапі розглянули матричні операції та розклади, такі як SVD, QR. Ці методи важливі для зменшення розмірності даних, стабільності чисельних обчислень та спектрального аналізу. Особливо акцентували на їхній ролі в компресії даних і підвищенні ефективності обчислень з великими матрицями. Другий етап був присвячений впливу лінійної алгебри на штучний інтелект. Показано, як матричні операції є основою для архітектур, таких як CNN, RNN, LSTM та трансформери, і як вони пов'язані з розмірністю матриць, швидкістю навчання та стабільністю алгоритмів. В експериментальній частині протестував множення матриць, SVD та QR-розклад на Python, оцінюючи продуктивність з різними розмірами матриць.

Програма для реалізації перевірки різниці між множення матриць, SVD та QR-розкладу

```
import numpy as np

import time

A = np.random.rand(300, 300)

B = np.random.rand(300, 300)

#Multiplication

start = time.time()

C = A @ B

t_mult = (time.time() - start) * 1e3

#SVD

start = time.time()

U, S, Vt = np.linalg.svd(A)

t_svd = (time.time() - start) * 1e3

# QR decomposition

start = time.time()

Q, R = np.linalg.qr(A)

t_qr = (time.time() - start) * 1e3

print("Matrix multiplication:", t_mult, "ms")

print("SVD:", t_svd, "ms")

print("QR decomposition:", t_qr, "ms")
```

Виходячи з результатів наочно ми можемо побачити, що найшвидшим є «Множення матриць», а також доволі швидким є «QR-розклад» в порівнянні «SVD».

- Множення матриць: ≈ 8.6 мс
- SVD: ≈ 78.6 мс
- QR-розклад: ≈ 16.3 мс

Результати підтверджують, що методи лінійної алгебри підвищують ефективність обробки даних і стабільність алгоритмів машинного навчання, особливо з великими наборами даних.

Висновки

У роботі показано, що методи лінійної алгебри є основою для обробки та аналізу даних, а також для роботи штучних нейронних мереж. Матричні операції та розклади, такі як SVD, QR, дозволяють ефективно зменшувати розмірність даних, підвищувати стабільність обчислень і прискорювати алгоритми оптимізації. Результати експерименту підтвердили практичну ефективність цих методів, особливо при

роботі з великими матрицями та складними моделями машинного навчання. Завдяки застосуванню лінійної алгебри можна забезпечити високу продуктивність і надійність сучасних обчислювальних систем.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Коломієць М. Обчислювальна лінійна алгебра. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2018. 320 с.
2. Trefethen L., Bau D. Numerical Linear Algebra. SIAM, Philadelphia, 1997. 361 p.
3. Войтенко С. Обчислювальні методи. Київ: КНУ ім. Тараса Шевченка, 2015. 256 с.
4. Bishop C. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006. 738 p.
5. Хом'юк В. В. Вища математика. Частина 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : практикум / В. В. Хом'юк, І. В. Хом'юк. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 118 с.
6. Хом'юк В. В. Вища математика. Частина 2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної : практикум / В. В. Хом'юк, І. В. Хом'юк. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 152 с.

Химич Олександр Володимирович – студент групи 2ПКТ-24б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, email: oleksandrkhymych56@gmail.com

Науковий керівник: **Хом'юк Ірина Володимирівна** – д.пед.н., професор, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: vikiraivh@gmail.com

Khymych Oleksandr Volodymyrovych – student of group 2PKT-24b, Faculty of Intelligent Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95 email: oleksandrkhymych56@gmail.com

Supervisor: **Irina Khomyuk** – Doctor of Science (Ped.), Professor of Higher Mathematics Department, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: vikiraivh@gmail.com