

РЯД МАКЛОРЕНА ТА ЙОГО ПРАКТИЧНЕ ЗНАЧЕННЯ В ІНЖЕНЕРІЇ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі досліджено прикладне значення ряду Маклорена в сучасних інформаційних технологіях та інженерії. Проаналізовано використання степеневих розкладів для обчислення елементарних функцій, зокрема у задачах оптимізації алгоритмів та підвищення швидкодії цифрових систем. Розглянуто роль ряду Маклорена в алгоритмічній реалізації тригонометричних та експоненціальних функцій на рівні процесорів і мікроконтролерів. Висвітлено значення степеневих наближень у математичному моделюванні фізичних процесів та аналізі даних.

Ключові слова: математичне моделювання, степеневі ряди, алгоритмічна оптимізація, ряд Маклорена, наближені обчислення.

Abstract

The paper investigates the applied significance of the Maclaurin series in modern information technologies and engineering. The use of power series expansions for computing elementary functions, particularly in optimization tasks and enhancing the performance of digital systems, is analyzed. The role of the Maclaurin series in the algorithmic implementation of trigonometric and exponential functions at the processor and microcontroller level is considered. The importance of power-series approximation for modeling physical processes and data analysis is highlighted.

Keywords: mathematical modeling, power series, algorithmic optimization, Maclaurin series, approximation methods.

Вступ

У сучасних цифрових технологіях ряд Маклорена є одним з основних інструментів для наближеного подання функцій, що використовуються в інженерії та комп'ютерних науках.

Завдяки можливості замінювати складні математичні вирази простими поліномами, цей метод став фундаментальним у розробці алгоритмів обчислення елементарних функцій, моделюванні та оптимізації програмних і апаратних систем. Актуальність теми зумовлена широким застосуванням степеневих розкладів у процесорах, математичних бібліотеках і технічних моделях, де необхідне поєднання точності й високої швидкодії.

Метою роботи є дослідження практичного значення ряду Маклорена в інженерних обчисленнях та цифровій обробці даних.

Результати дослідження

У ході дослідження було проаналізовано роль ряду Маклорена як одного з ключових інструментів у сучасній інженерії та комп'ютерних науках. Встановлено, що перехід від абстрактних математичних формул до практичних алгоритмів базується саме на здатності степеневих розкладів замінювати складні, важкі для прямого обчислення функції на прості поліноми, які легко реалізуються в цифрових системах. Розклад у ряд Маклорена дозволяє представити експоненціальні, тригонометричні та логарифмічні залежності у вигляді послідовностей одночленів, що значно полегшує їх обробку в мікропроцесорах і мікроконтролерах.

Особливо важливим є застосування ряду Маклорена в обчисленні елементарних функцій. Оскільки апаратні засоби не реалізують напрямку операцій синуса, косинуса чи експоненти, використовується їх степеневе наближення. Завдяки цьому у цифрових пристроях забезпечується висока швидкодія та можливість контролю точності вручну, шляхом вибору кількості членів ряду. Якщо задачу орієнтовано на максимальну точність, використовують більше членів розкладу; якщо ж ключовим є час обчислення, як у системах реального часу або графічних застосунках, кількість членів зменшують.

Таким чином інженери можуть балансувати між продуктивністю та точністю без зміни самої математичної моделі. У сфері моделювання фізичних процесів ряд Маклорена виступає універсальним інструментом для побудови наближених розв'язків. Рівняння теплопровідності, динаміки руху, коливань механічних систем або електромагнітних процесів часто не мають простого аналітичного розв'язку. У таких випадках функції, що описують поведінку системи, замінюють поліномами, отриманими через розклад у ряд Маклорена. Це дозволяє з високою точністю моделювати стан об'єкта у різні моменти часу та передбачати зміну його параметрів у майбутньому. Такий підхід широко застосовується в електротехніці, теплотехніці та механіці, де необхідно проводити численні повторні обчислення під навантаженням.

Значне місце ряд Маклорена займає і в аналізі даних та фінансовій аналітиці. Численні економічні показники, моделі росту та експоненціальні тренди можуть бути представлені у вигляді степеневих наближень, що дозволяє будувати точні прогнози-моделі на основі локальної поведінки функції. Аналіз збіжності та поведінки ряду дає можливість визначати діапазони, в яких модель залишається коректною, а також оптимізувати обчислення при роботі з великими масивами даних.

Отже, встановлено, що ряд Маклорена є універсальним та надзвичайно ефективним інструментом для моделювання, обчислень і обробки інформації. Він забезпечує перехід від складних неперервних залежностей до поліноміальних моделей, які є зрозумілими та швидкими для виконання комп'ютерними системами, що робить його одним із фундаментальних механізмів сучасної обчислювальної інженерії.

Висновки

Отже, практична цінність ряду Маклорена полягає в його здатності виступати універсальним інструментом для перетворення складних математичних залежностей у прості поліноміальні моделі, доступні для ефективної цифрової обробки. Він слугує «перекладачем» між неперервною математичною природою реальних процесів та дискретною мовою обчислювальних систем, що дозволяє реалізовувати високоточні наближені обчислення з урахуванням необхідного балансу між швидкістю та точністю.

Використання ряду Маклорена забезпечує можливість оптимізувати роботу алгоритмів, моделювати поведінку фізичних систем і виконувати складні інженерні розрахунки за допомогою простих у реалізації поліномів. Завдяки своїй універсальності та адаптивності степеневі розклади залишаються одним з основних методів, що забезпечують ефективність, гнучкість та надійність сучасних обчислювальних технологій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Демидович Б. П., Марон І. А. Основи математичного аналізу. К.: Вища школа, 2010. 432 с.
2. Фіхтенгольц Г. М. Курс диференціального та інтегрального числення. М.: Наука, 2006. 608 с.
3. Бронштейн І. Н., Семендяєв К. А. Довідник з математики для інженерів і студентів. К.: Техніка, 2008. 783 с.
4. Apostol T. M. Mathematical Analysis. Addison-Wesley, 1974.
5. Fourier J. The Analytical Theory of Heat. Cambridge University Press, 1878.
6. Никитін В. М. Математичний аналіз. Частина 2. Львів: Видавництво ЛНУ, 2016. 420 с.

Гудимчук Олександр – студент групи 1 КН-24 б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: sashagood006@gmail.com

Науковий керівник: **Ковальчук Майя Борисівна** - д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Olexandr Hudymchuk - student of group 1 KN-24 b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e- mail: sashagood006@gmail.com

Supervisor: **Maya B. Kovalchuk** — Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com