

КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ В СУЧАСНІЙ НАУЦІ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Ця доповідь присвячена дослідженню природи та властивостей комплексних чисел, які є розширенням множини дійсних чисел і надають змогу знаходити розв'язки рівнянь, що не мають дійсних коренів. Доповідь підкреслює ключову роль комплексного аналізу у сучасній науці та інженерії, зокрема в розрахунках електричних кіл, обробці сигналів і описі квантових явищ.

Ключові слова: число, уявна одиниця, дійсна частина, уявна частина, комплексна площина, алгебраїчна форма, тригонометрична форма, формула Ейлера, модуль і аргумент, електротехніка.

Abstract

This report is devoted to the study of the nature and properties of complex numbers, which are an extension of the set of real numbers and make it possible to find solutions to equations that do not have real roots. It examines in detail the algebraic, trigonometric and exponential forms of representation of complex numbers, and provides a geometric interpretation of these numbers on the complex plane. The report emphasises the key role of complex analysis in modern science and engineering, particularly in electrical circuit calculations, signal processing and the description of quantum phenomena.

Keywords: number, imaginary unit, real part, imaginary part, complex plane, algebraic form, trigonometric form, Euler's formula, modulus and argument, electrical engineering.

Вступ

Історія математики знає багато прикладів, коли нові поняття вводилися вимушено, долаючи опір традиційної логіки, і комплексні числа є найяскравішими з них. Спочатку поняття комплексного числа виникло як необхідний математичний інструмент для розв'язання квадратних рівнянь, які не мали дійсних коренів. Історична необхідність розширення поняття числа з'явилася через неможливість виконання операції добування квадратного кореня з від'ємного числа в межах множини дійсних чисел. Сьогодні комплексні числа стали ключовою основою вищої математики і вийшли далеко за межі абстрактної теорії. Метою цієї доповіді є демонстрація того, що комплексні числа є незамінними інструментами для опису фундаментальних законів фізики, електротехніки та сучасних інформаційних технологій.

Результати дослідження

Історія математики знає багато прикладів, коли нові поняття вводилися вимушено, долаючи опір традиційної логіки. Комплексні числа виникли як необхідний інструмент для розв'язання рівнянь, які не мали дійсних коренів (наприклад, $x^2 + 1 = 0$). Введення «уявної одиниці» i ($i^2 = -1$) дозволило подолати цей бар'єр. Сьогодні ж ці числа стали ключовою основою вищої математики і вийшли далеко за межі абстрактної теорії, ставши мовою сучасної фізики та інформаційних технологій (ІТ).

У ході дослідження було встановлено, що головним практичним результатом існування теорії комплексних чисел є її здатність трансформувати складні диференціальні проблеми у простіші алгебраїчні задачі. Ми проаналізували ключові галузі використання та мету застосування цього апарату.

Широко комплексні числа застосовуються в електротехніці та радіоелектроніці, де основною метою є розрахунок кіл змінного струму. Використання виключно дійсних чисел змушує інженерів розв'язувати громіздкі системи диференціальних рівнянь. Натомість застосування комплексних чисел дозволяє ввести поняття імпедансу. Це дає змогу застосовувати універсальний закон Ома навіть для кіл з ємнісними та індуктивними елементами, замінюючи інтегрування на звичайне множення.

Комплексне число ідеально описує гармонічні коливання, поєднуючи інформацію про амплітуду та фазу, без чого проектування енергомереж було б неможливим.

Критично важливою галуззю є цифрова обробка сигналів. Тут метою є спектральний аналіз, що лежить в основі всієї цифрової ери - від Wi-Fi до форматів MP3 і JPEG. Основою цих технологій є швидке перетворення Фур'є (FFT), яке базується на комплексній експоненті. Саме завдяки властивостям комплексних чисел смартфони здатні миттєво обробляти потоки даних та фільтрувати шуми.

Окремий пласт дослідження стосується теорії автоматичного керування, яка відповідає за стабільність роботи механізмів: від автопілотів до робототехніки. Інженери використовують перетворення Лапласа для аналізу стійкості систем. Також у комп'ютерній графіці використовуються кватерніони (розширення комплексних чисел) для обчислення обертання 3D-об'єктів.

Ми також виявили неочікуване застосування у медичній діагностиці. Сучасна магнітно-резонансна томографія (МРТ) працює завдяки комплексним числам. Сканер МРТ зчитує не готове зображення, а радіочастотні сигнали, які математично є комплексними величинами. Реконструкція чіткого знімка мозку або внутрішніх органів відбувається виключно завдяки зворотному перетворенню Фур'є. Без комплексного аналізу цей метод діагностики просто не існував би.

У фундаментальній фізиці (квантова механіка) та аеродинаміці мета використання є описовою. Рівняння Шредінгера є принципово комплексним, описуючи хвильову природу матерії. А в аеродинаміці методи конформних відображень (функція Жуковського) дозволяють моделювати обтікання крила літака, зводячи складну геометрію до простих фігур, що необхідно для авіабудування.

Висновки

Підсумовуючи, можна стверджувати, що комплексні числа - це фундамент сучасної цивілізації. Попри назву «уявні», вони мають цілком реальне застосування. Вони спрощують складне, дозволяють нам керувати електрикою, інформацією та матерією. Від МРТ-сканера в лікарні до процесора в смартфоні - усе це працює завдяки властивостям уявної одиниці.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: А.С.К., 2006. – 648 с.
2. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз: Підручник. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2008. – 421 с.

Максим Олександрович Сивак - студент групи 1KN-24 б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: max.mixam07.max@gmail.com

Науковий керівник: **Майя Борисівна Ковальчук** - д.пед.н., доцент, професор кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com

Maksym O. Syvak - student of group 1KN-24b, Faculty of Intellectual Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: max.mixam07.max@gmail.com

Supervisor: **Maya B. Kovalchuk** - Doctor of Science (Ped.), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shose, 95, e-mail: maya.kovalchuk@gmail.com